

Temat: **Potęga o wykładniku wymiernym.**

Dla dowolnej liczby $a > 0$, liczby naturalnej $n > 1$ i liczby całkowitej m przyjmujemy:

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \text{lub} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Zadanie 4 str. 74

Oblicz.

a) $9^{\frac{3}{2}}$

d) $8^{-\frac{4}{3}}$

g) $3^3 \cdot 27^{-\frac{4}{3}}$

j) $10\,000^{0,25}$

b) $125^{\frac{2}{3}}$

e) $27^{-\frac{2}{3}}$

h) $2^2 \cdot 8^{\frac{2}{3}}$

k) $81^{-0,125}$

c) $16^{\frac{3}{4}}$

f) $25^{-\frac{1}{2}}$

i) $5^3 \cdot 125^{-\frac{1}{3}}$

l) $144^{-0,5}$

Zadanie 5 str. 74

Oblicz.

a) $0,04^{\frac{3}{2}}$

c) $0,027^{\frac{2}{3}}$

e) $0,0625^{-\frac{5}{4}}$

g) $0,008^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{125}$

b) $0,16^{-\frac{1}{2}}$

d) $0,0016^{-\frac{3}{4}}$

f) $0,00032^{\frac{3}{5}}$

h) $0,0256^{\frac{3}{4}} \cdot (\sqrt[3]{10})^9$

Temat: Potęga o wykładniku rzeczywistym.

Potrąfimy określić wartość liczbową potęgi a^x , gdy wykładnik x jest liczbą naturalną, całkowitą lub wymierną, na przykład dla $a = 3$:

$3^2 = 9$

$3^{-4} = \frac{1}{81}$

$3^0 = 1$

$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

$3^{-\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$

Można również określić wartość liczbową potęgi a^x , gdy x jest liczbą niewymierną.

Przykład 1

Podaj kilka przybliżeń dziesiętnych liczby $3^{\sqrt{2}}$.

$\sqrt{2} = 1,414213562\dots$, zatem rozpatrujemy kolejno:

$3^{1,4}$	$\approx 4,655536722$
$3^{1,41}$	$\approx 4,706965002$
$3^{1,414}$	$\approx 4,727695035$
$3^{1,4142}$	$\approx 4,728733930$
$\vdots$	$\vdots$
$3^{1,414213562}$	$\approx 4,728804386$

Podane w tabeli przybliżenia możemy obliczyć, korzystając z kalkulatora lub komputera.

Podstawiając w wykładniku coraz dokładniejsze przybliżenie liczby $\sqrt{2}$, otrzymujemy coraz dokładniejsze przybliżenie liczby $3^{\sqrt{2}}$.

Zauważmy, że gdy wykładnik x „zbliża się” do $\sqrt{2}$, to 3^x „zbliża się” do pewnej liczby rzeczywistej, którą oznaczamy $3^{\sqrt{2}}$.

Korzystając z kalkulatora, możemy obliczyć wartość $3^{\sqrt{2}} \approx 4,72880438784$.

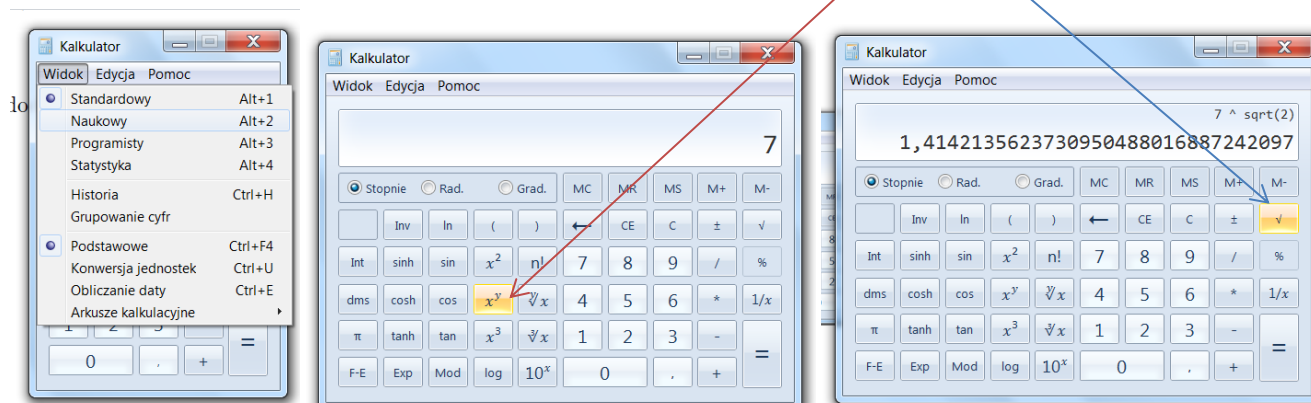
**Ćwiczenie 1**

Podaj przybliżenia liczb $5^{\sqrt{3}}$ i $5^{\sqrt{5}}$ z dokładnością do 0,0001.

W tym ćwiczeniu możecie skorzystać z kalkulatora w komputerze:

Przykład 2 Podaj przybliżoną wartość $7^{\sqrt{2}}$ 15,672890873693546269456106056732 $\approx 15,673$

Przechodzimy do kalkulatora z widokiem naukowym i klikamy 7 do potęgi 2 pierwiastek = i otrzymujemy



Karta pracy nr 6 – klasa II TŻiUG

11. Przedstaw liczbę p w postaci 2^x .

Korzystamy z własności potęgowania:

Mnożąc potęgi o tych samych podstawach wykładniki dodajemy.

Dzieląc potęgi o tych samych podstawach wykładniki odejmujemy

a) $p = 2^{\sqrt{3}+4} \cdot 2^{\sqrt{3}-6}$ $p = 2^{(\sqrt{3}+4)+(\sqrt{3}-6)} = 2^{2\sqrt{3}-2}$

b) $p = 2^{\pi-1} \cdot 2^{\frac{1}{2}-\pi}$

c) $p = 2^{\sqrt{2}+3} : 2^{\sqrt{2}-\frac{1}{4}}$

d) $p = 2^{\sqrt{3}+5} : 2^{\sqrt{5}+5}$

Korzystamy z własności potęgowania:

Potęgując potęgę wykładniki mnożymy.

oraz $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$

12. Przedstaw liczbę q w postaci 3^x .

a) $q = (\sqrt{3})^{2\sqrt{2}+6}$ $q = (3^{\frac{1}{2}})^{2\sqrt{2}+6} = 3^{\frac{1}{2}(2\sqrt{2}+6)} = 3^{\sqrt{2}+3}$

b) $q = 9^{\pi-\frac{1}{2}}$

c) $q = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}-\sqrt{3}}$

d) $q = (\sqrt{27})^{\frac{4}{3}+\frac{\pi}{3}}$

e) $q = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{12}+\frac{1}{4}}$

13. Uzasadnij, że liczba r jest wymierna.

Jest to wzór skróconego mnożenia

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

a) $r = (3^{2-\sqrt{7}})^{2+\sqrt{7}}$ $r = 3^{(2-\sqrt{7})(2+\sqrt{7})} = 3^{4-7} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$

Zatem r jest liczbą wymierną.

b) $r = (16^{\frac{\sqrt{2}}{2}-1})^{\frac{\sqrt{2}}{2}+1}$

c) $r = \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

d) $r = \left((\sqrt{7})^{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}\right)^{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

e) $r = \left(\frac{3}{2}\right)^{3+2\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{\sqrt{3}}$