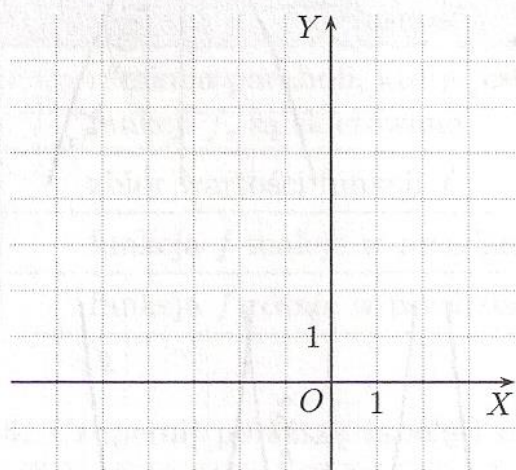
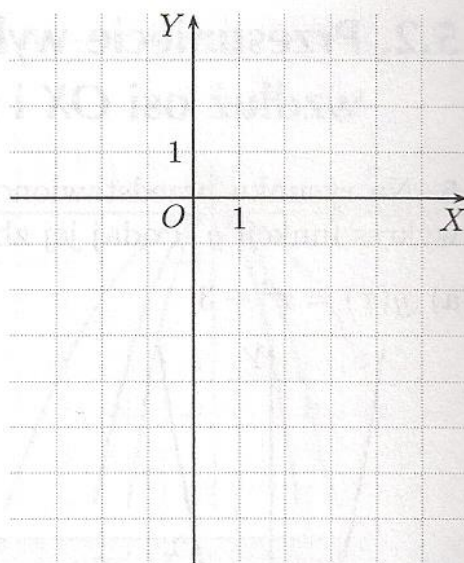


Temat: Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ o wektor.

Wsparciem do tego tematu są strony 197- 199 z podręcznika.

Wykres funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = ax^2$ o wektor $[p, q]$.8. a) Uzupełnij tabelę i naszkicuj wykres funkcji $f(x) = -x^2$.

| | | | | | |
|--------|----|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | | | | | |

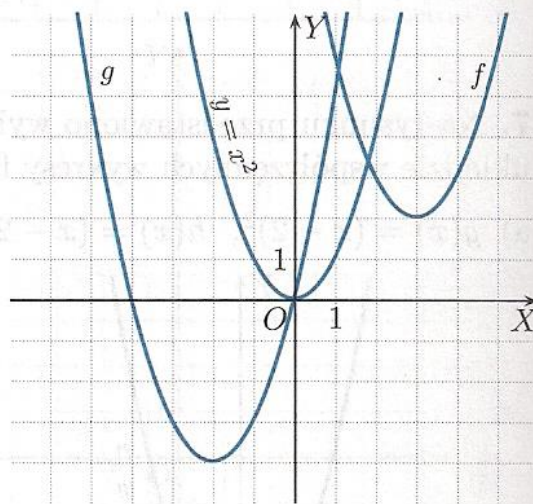
b) W tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji $g(x) = -(x - 2)^2$ i funkcji $h(x) = -(x - 2)^2 + 3$.9. a) Uzupełnij tabelę i naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{2}x^2$.

| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -4 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 4 |
| $f(x)$ | | | | | | | |

b) W tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji $g(x) = \frac{1}{2}(x + 3)^2$ i $h(x) = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 2$.10. Wykresy funkcji f i g (rysunek poniżej) powstały przez przesunięcie wykresu funkcji $y = x^2$.

a) Uzupełnij tabelę.

| | f | g |
|---------------------|-----|-----|
| Zbiór wartości | | |
| Miejsca zerowe | | |
| Maleje w przedziale | | |
| Rośnie w przedziale | | |

b) Podaj wzory funkcji f i g .

Wykresem funkcji $f(x) = a(x-p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, jest parabola o wierzchołku w punkcie (p, q) . Jej osią symetrii jest prosta $x = p$.

Poniższe własności funkcji $f(x) = a(x-p)^2 + q$ zależą od współczynnika a .

| $a > 0$ | $a < 0$ |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • ramiona paraboli są skierowane do góry • dla $x = p$ funkcja osiąga wartość najmniejszą $y = q$ • funkcja maleje w przedziale $(-\infty; p)$ • funkcja rośnie w przedziale $(p; \infty)$ • zbiorem wartości funkcji jest przedział $[q; \infty)$ | <ul style="list-style-type: none"> • ramiona paraboli są skierowane w dół • dla $x = p$ funkcja osiąga wartość największą $y = q$ • funkcja rośnie w przedziale $(-\infty; p)$ • funkcja maleje w przedziale $(p; \infty)$ • zbiorem wartości funkcji jest przedział $(-\infty; q]$ |

Ćwiczenie 4

Podaj przedziały monotoniczności i zbiór wartości funkcji f oraz współrzędne wierzchołka paraboli będącej jej wykresem.

a) $f(x) = 6(x-3)^2 - 4$

c) $f(x) = -3(x+4)^2 - \frac{1}{4}$

b) $f(x) = 2(x+5)^2 + 7$

d) $f(x) = -\frac{2}{5}(x - \frac{1}{2})^2 + 9$

d) Wypisujemy współczynniki:

$a = -\frac{2}{5}$ - czyli ramiona paraboli są skierowane do dołu;

$p = \frac{1}{2}$ i $q = 9$ - wierzchołek w punkcie $W(\frac{1}{2}; 9)$

$Y_f = (-\infty; 9)$ - Zbiór wartości funkcji

dla $x \in (-\infty; \frac{1}{2})$ $f(x) \nearrow$ [co czytamy funkcja jest rosnąca]

dla $x \in (\frac{1}{2}; +\infty)$ $f(x) \searrow$ [co czytamy funkcja jest malejąca]

Temat: Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej. – 2 lekcje**Wsparcie do tego tematu są strony 202 - 205 z podręcznika.**

W piątek 29 maja będzie kartkówka z 8 i 9 karty pracy – czyli z funkcji kwadratowej. Kody dostaniecie w piątek na e-maile.

Postać: $y = ax^2 + bx + c$, gdzie $a \neq 0$

nazywamy postacią ogólną funkcji kwadratowej.

Postać: $y = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$

nazywamy postacią kanoniczną funkcji kwadratowej.

Uwaga. Funkcję kwadratową nazywamy też trójmianem kwadratowym.

Aby doprowadzić postać kanoniczną do postaci ogólnej należy wykonać działania: potęgowanie, mnożenie i redukcja wyrazów podobnych.

$$\begin{aligned}
 y &= 3(x - 4)^2 - 7 = && \text{postać kanoniczna} \\
 &= 3(x^2 - 8x + 16) - 7 = && \text{korzystamy ze wzoru } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \\
 y &= 3x^2 - 24x + 48 - 7 \\
 &= 3x^2 - 24x + 41 && \text{postać ogólna}
 \end{aligned}$$

Współczynniki postaci ogólnej $a = 3$; $b = -24$; $c = 41$

$$\begin{aligned}
 y &= -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = && \text{postać kanoniczna} \\
 &= -4\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) + 1 = && \text{korzystamy ze wzoru } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\
 y &= -4x^2 - 4x - 1 + 1 \\
 &= -4x^2 - 4x && \text{postać ogólna}
 \end{aligned}$$

Współczynniki postaci ogólnej $a = -4$; $b = -4$; $c = 0$

12. Przedstaw funkcję kwadratową w postaci ogólnej.

a) $y = 3(x - 3)^2 + 5 =$

b) $y = -8\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 =$

c) $y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{32} =$

d) $y = \frac{1}{2}(x + 4)^2 - 3 =$

e) $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 16 =$

Parabola będąca wykresem funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma wierzchołek o współrzędnych:

$$x_w = -\frac{b}{2a}, y_w = -\frac{\Delta}{4a}, \text{ gdzie } \Delta = b^2 - 4ac$$

Wyrażenie Δ nazywamy **wyróżnikiem** trójkianu kwadratowego.

Postać kanoniczna funkcji f to: $f(x) = a(x - x_w)^2 + y_w$.

14. Oblicz wyróżnik trójkianu kwadratowego.

Przy mnożeniu tych 3 czynników
mama dwa -, które dają nam +

a) $y = -2x^2 + 5x + 7$ $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 7 = 25 + 56 = 81$
 $a = -2; b = 5; c = 7$

b) $y = 2x^2 + 3x + 2$
 $a = \quad b = \quad c =$

c) $y = -2x^2 + 3x - 1$
 $a = \quad b = \quad c =$

d) $y = 4x^2 - 12x + 9$
 $a = \quad b = \quad c =$

e) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 3$
 $a = \quad b = \quad c =$

15. Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli.

a) $y = x^2 - 2x + 5$

c) $y = -x^2 + x - 1$

$\Delta =$

$x_w =$

$y_w =$

b) $y = x^2 + 6x + 3$

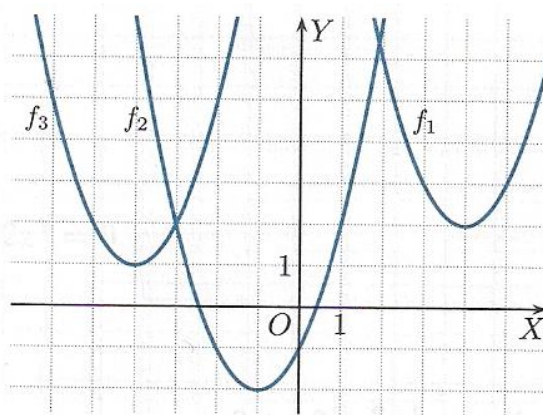
d) $y = 2x^2 + 6x - 1$

17. Funkcje, których wykresy przedstawiono na rysunku, można zapisać w postaci kanonicznej $y = (x - p)^2 + q$ dla pewnych p i q . Odczytaj współrzędne wierzchołków parabol i zapisz wzory funkcji.

$W_1(\quad, \quad), f_1(x) = \quad$

$W_2(\quad, \quad), f_2(x) = \quad$

$W_3(\quad, \quad), f_3(x) = \quad$

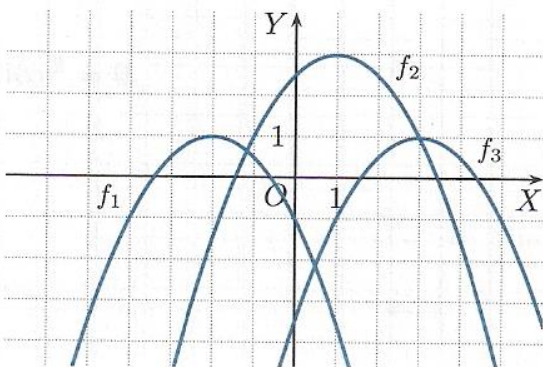


18. Wykresy funkcji: f_1, f_2, f_3 przedstawione na rysunku można otrzymać przez przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$. Zapisz wzory funkcji w postaci kanonicznej.

$f_1(x) = \quad$

$f_2(x) = \quad$

$f_3(x) = \quad$



19. Przeanalizuj poniższy przykład, a następnie, korzystając z tego, że $y_w = f(x_w)$, wyznacz współrzędne wierzchołka paraboli.

Przykład

$f(x) = x^2 + 4x + 7$

$x_w = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$

$y_w = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 7 = 3$

$W(-2, 3)$

$f(x) = 3x^2 - 6x + 1$

\quad

\quad

\quad

16. Zapisz wzór funkcji w postaci kanonicznej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli i naskicuj wykres tej funkcji.

a) $f(x) = x^2 - 2x + 3 = \quad$

\quad

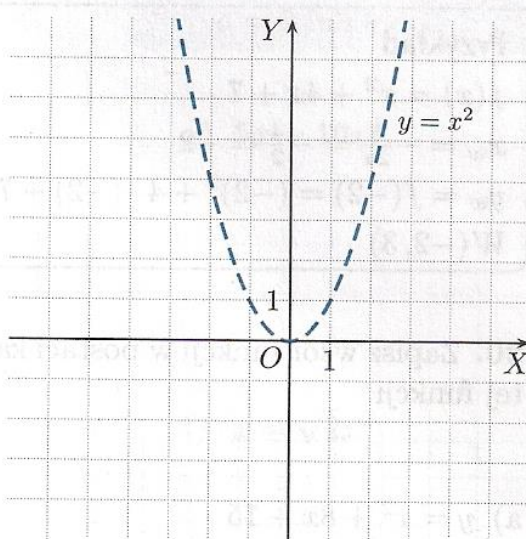
b) $g(x) = x^2 - 4x = \quad$

\quad

c) $h(x) = x^2 + 6x + 8 = \quad$

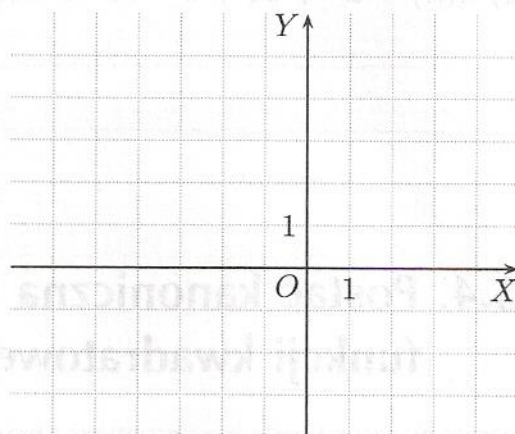
\quad

\quad

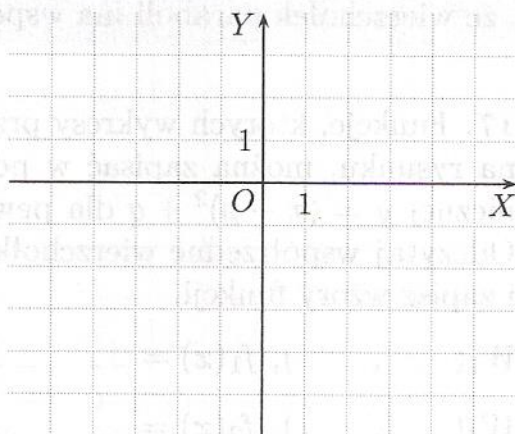


20. Zapisz wzór funkcji w postaci kanonicznej. Naszkicuj parabolę będącą wykresem tej funkcji.

a) $y = x^2 + 8x + 15$



b) $y = -x^2 + 4x - 6$



c) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

