

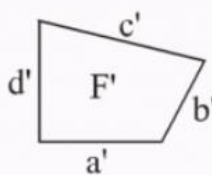
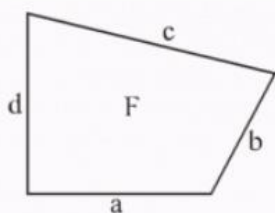
Temat: Podobieństwo figur

Witam, przed wykonaniem (przeczytaniem notatki) obejrzyjcie film :

<https://www.youtube.com/watch?v=9cvouJnaluw&list=PLef0yBMrEilheA9KweVrAgNTNDZfUTfJO>

Notatka:

Figury, mające ten sam kształt, a różniące się co najwyżej wielkością, nazywamy figurami podobnymi.



$F' \sim F$ – czytamy: figura F' jest podobna do figury F .

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d}$$

Długości boków wielokąta F' są proporcjonalne do długości odpowiednich boków wielokąta F .

$$\frac{a'}{a} = k \quad \leftarrow \text{skala podobieństwa}$$

$$\frac{b'}{b} = k$$

$$\frac{c'}{c} = k \quad \text{itd.}$$

Skala podobieństwa jest to liczba informująca nas, ile razy jedna figura została zmniejszona lub zwiększona względem drugiej figury.

Zauważ, że skala **zmniejszająca** to liczba mniejsza od 1 ($0 < k < 1$) np.: $k = \frac{1}{100}$. Skala ta zmniejsza każdą długość figury 100 razy, czyli 1cm na mapie odpowiada 100cm w rzeczywistości lub 1m na mapie odpowiada 100m w rzeczywistości itp.

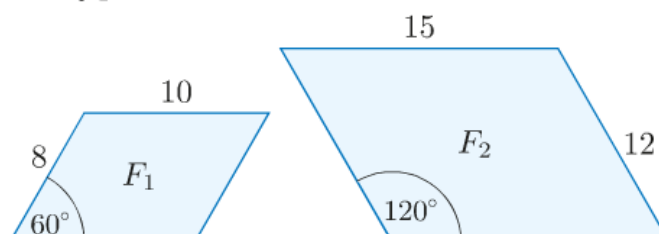
Skala **zwiększająca** to liczba większa od 1 ($k > 1$) np.: $k = 3$. Skala taka zwiększa każdą długość 3 razy.

Jeżeli $k = 1$ to figury są przystające.

Przykład 1 str. 237

Uzasadnij, że równoległoboki F_1 i F_2 są podobne.

Długości boków równoległoboków F_1 i F_2 są proporcjonalne, ponieważ $\frac{15}{10} = \frac{12}{8}$, a ich odpowiednie kąty są równe. Zatem $F_1 \sim F_2$.



Ćwiczenie 1 str. 237

Dany jest prostokąt P_1 o bokach $a = 2,4$ i $b = 1,8$. Sprawdź, czy prostokąt ten jest podobny do prostokąta P_2 o bokach c i d .

a) $c = 3,6$, $d = 2,7$

b) $c = 4$, $d = 6$

c) $c = 54$, $d = 72$

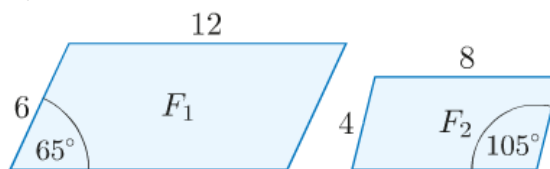
Ćwiczenie 2 str. 237

Sprawdź, czy równoległoboki F_1 i F_2 są podobne.

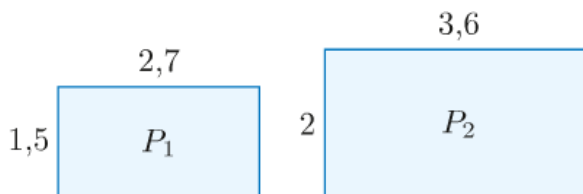
a)



b)

**Przykład 2**

Prostokąty P_1 i P_2 (rysunek obok) są podobne. Podaj skale podobieństwa prostokąta P_2 do prostokąta P_1 oraz prostokąta P_1 do prostokąta P_2 .



Skala podobieństwa prostokąta P_2 do prostokąta P_1 jest równa:

$$k_1 = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3}$$

Zwróć uwagę, że również $\frac{3,6}{2,7} = \frac{4}{3}$.

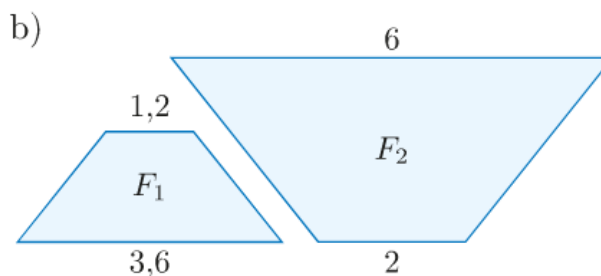
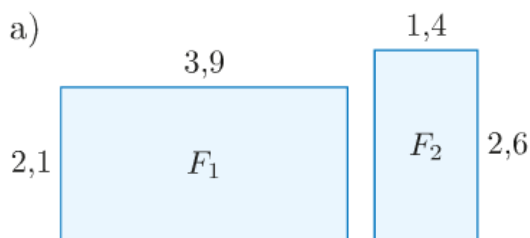
Skala podobieństwa prostokąta P_1 do prostokąta P_2 jest równa:

$$k_2 = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$$

Zauważ, że skale podobieństwa k_1 i k_2 są liczbami odwrotnymi.

Ćwiczenie 3 str.238

Figury F_1 i F_2 są podobne. Podaj skalę podobieństwa figury F_2 do figury F_1 oraz skalę podobieństwa figury F_1 do figury F_2 .

**Przykład 3**

Dane są prostokąty: P_1 o bokach $a_1 = 5$ i $b_1 = 8$ oraz podobny do niego P_2 o krótszym boku $a_2 = 15$. Oblicz długość drugiego boku prostokąta P_2 .

Oznaczmy przez b_2 długość szukanego boku. Prostokąty są podobne, zatem:

$$\frac{b_2}{8} = \frac{15}{5} \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{a_2}{a_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

mówimy, że mnożymy na krzyż

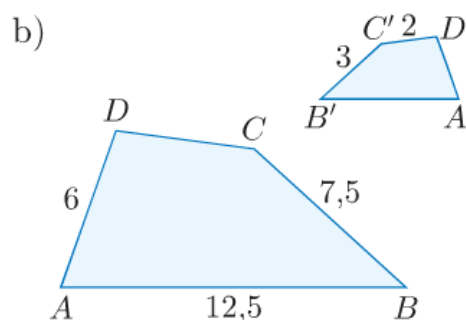
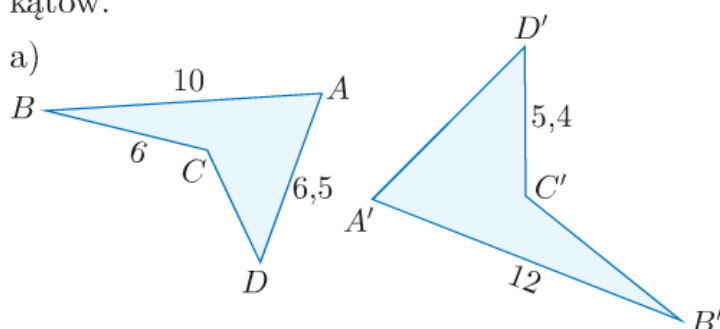
$$a \cdot d = b \cdot c$$

$$5 \cdot b_2 = 8 \cdot 15 | :5$$

$$b_2 = \frac{8 \cdot 15}{5} = 24$$

Ćwiczenie 4 str.239

Czworokąty $ABCD$ i $A'B'C'D'$ są podobne. Oblicz skalę podobieństwa większego czworokąta do mniejszego oraz brakujące długości boków tych czworokątów.



Temat: Podobieństwo trójkątów.

Definicja:

Dwa trójkąty są podobne, jeżeli ich odpowiednie kąty są sobie równe, a odpowiednie boki – proporcjonalne.

18. Wskaż zdania prawdziwe.

- ☐ A. Każde dwa trójkąty równoboczne są podobne.
- ☐ B. Każde dwa trójkąty prostokątne są podobne.
- ☐ C. Każde dwa prostokąty są podobne.
- ☐ D. Każde dwa romby są podobne.
- ☐ E. Każde dwa kwadraty są podobne.

Aby ustalić podobieństwo trójkątów, nie musimy sprawdzać przystawania wszystkich kątów i proporcjonalności wszystkich boków. Możemy skorzystać z twierdzeń znanych jako **cechy podobieństwa trójkątów**.

podręcznik str. 241-243

CECHY PODOBIENSTWA TRÓJKĄTÓW

Cecha BBB – jeśli trzy boki jednego trójkąta są odpowiednio proporcjonalne do trzech boków drugiego trójkąta, to trójkąty te są podobne.

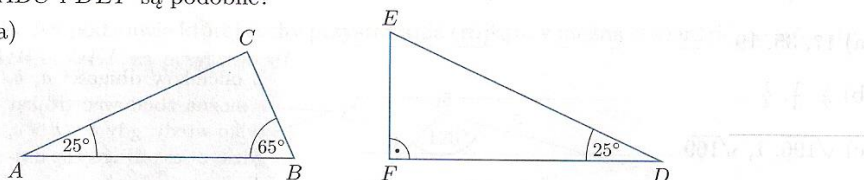
Cecha KKK – jeśli kąty jednego trójkąta są równe kątom drugiego trójkąta, to trójkąty te są podobne.

Cecha BKB – jeśli dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do dwóch boków drugiego trójkąta i zawarte między tymi bokami kąty są równe, to trójkąty te są podobne.

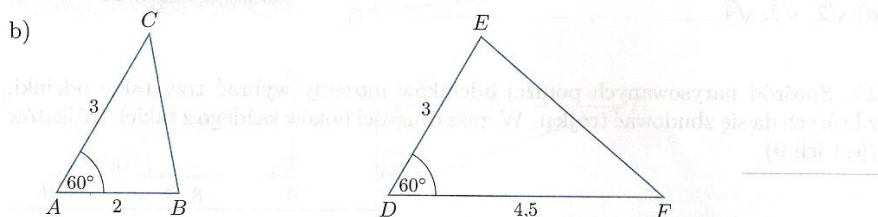
Przed przystąpieniem do zadań polecam film: <https://www.youtube.com/watch?v=qXRxBWku2Fk>

19. Na podstawie której cechy podobieństwa trójkątów można stwierdzić, że trójkąty ABC i DEF są podobne?

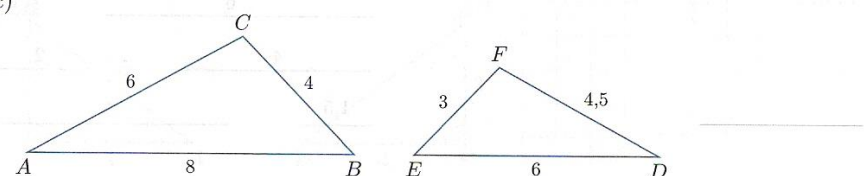
a)



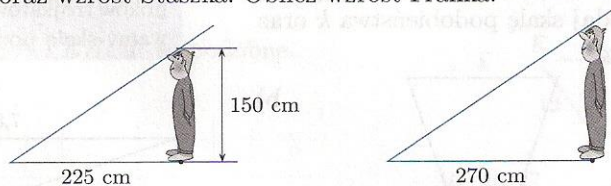
b)



c)



20. Staszek i Franek wybrali się na spacer w słoneczny dzień. Na rysunku podano długości ich cieni oraz wzrost Staszka. Oblicz wzrost Franka.



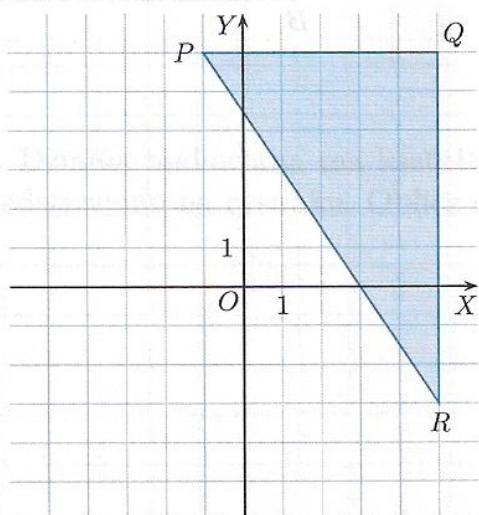
21. Dwa trójkąty prostokątne są podobne. Przyprostokątne jednego z nich mają długości 5 cm i 12 cm. Przeciwnprostokątna drugiego ma długość 39 cm. Oblicz obwód każdego z tych trójkątów.

22. Narysuj trójkąt ABC , którego wierzchołkami są punkty o współrzędnych:

- a) $A(1, -3)$, $B(-5, 1)$, $C(-5, -3)$, b) $A(3, 6)$, $B(-5, -5)$, $C(3, -5)$.

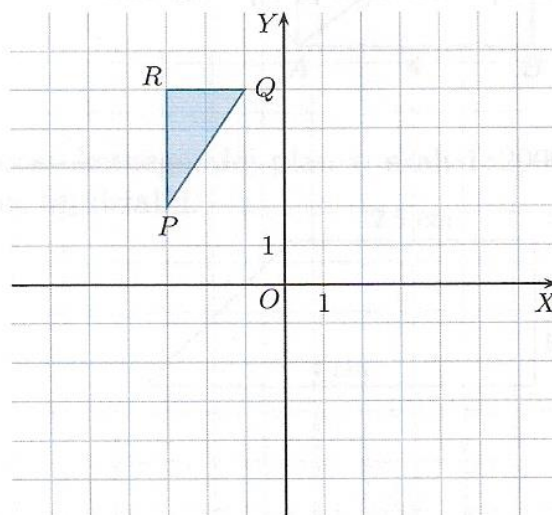
Czy trójkąty ABC i PQR są podobne? Zaznacz poprawną odpowiedź.

a)



☐ TAK ☐ NIE

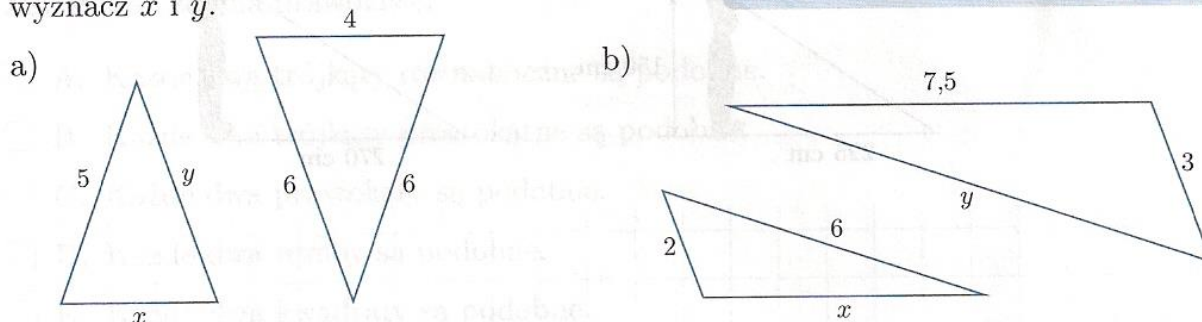
b)



☐ TAK ☐ NIE

23. Przedstawione na rysunku trójkąty są podobne. Podaj skalę podobieństwa k oraz wyznacz x i y .

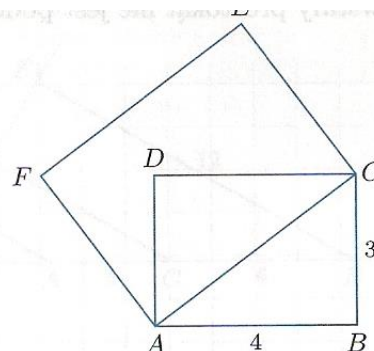
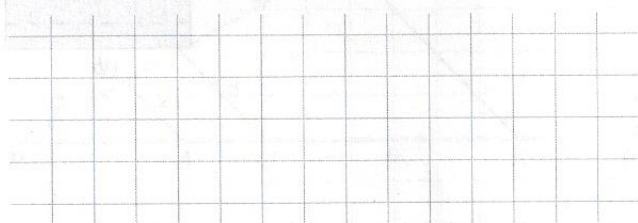
Stosunek długości odpowiednich boków trójkątów podobnych nazywamy skalą podobieństwa.



24. Trójkąty T_1 i T_2 są podobne. W tabeli podano długości ich boków od najkrótszego do najdłuższego ($a_1 < b_1 < c_1$ i $a_2 < b_2 < c_2$) oraz skalę podobieństwa. Uzupełnij brakujące dane.

Trójkąt T_1			Trójkąt T_2			Skala podobieństwa $k = \frac{a_1}{a_2}$
a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2	
19	23	27	9,5	11,5	13,5	
7,5				7	9	$\frac{3}{2}$
	8	10	9	12		
2	$\sqrt{6}$				$\sqrt{6}$	$\sqrt{2}$

28. Prostokąt $ACEF$ jest podobny do prostokąta $ABCD$. Oblicz długości boków prostokąta $ACEF$.



29. Działka budowlana ma kształt trapezu prostokątnego. Jej plan w skali 1:2000 przedstawiono na rysunku. Oblicz obwód i pole tej działki.

