

Temat: Funkcje wykładnicze.

Podręcznik str. 78 - 80

DEFINICJA

Funkcję postaci $f(x) = a^x$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, określoną dla $x \in \mathbb{R}$, nazywamy funkcją wykładniczą.

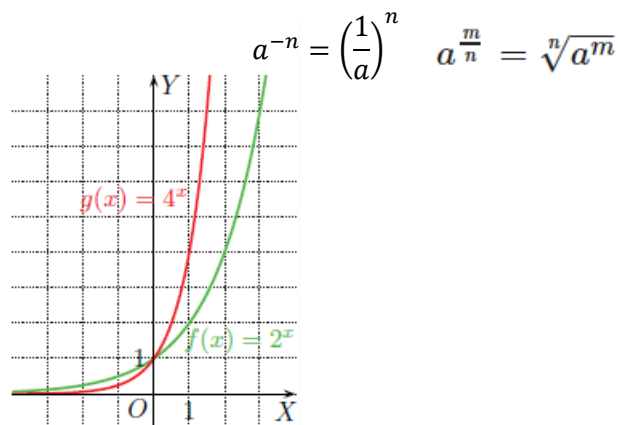
Przykład 2

Wykres funkcji $g(x) = 4^x$ określonej dla $x \in \mathbb{R}$ szkicujemy, korzystając z poniższej tabeli.

x	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$g(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16

Zbiorem wartości funkcji g jest przedział $(0; \infty)$.

Wykresy funkcji $g(x) = 4^x$ i $f(x) = 2^x$ dla porównania naszkicowano w tym samym układzie współrzędnych.

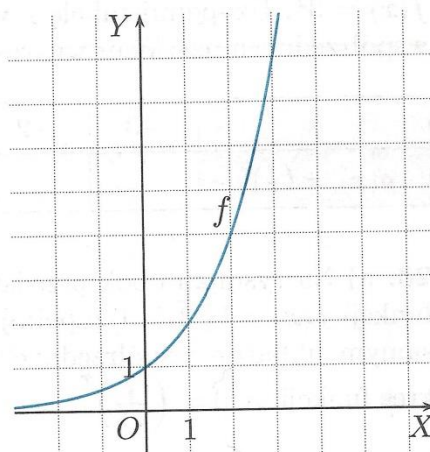


15. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f(x) = 2^x$. Uzupełnij tabelę i w tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykres funkcji $g(x) = (\sqrt{2})^x$. Podaj dziedzinę i zbiór wartości funkcji g .

x	-2	0	2	4	6
$g(x) = (\sqrt{2})^x$				4	

dziedzina funkcji g : _____

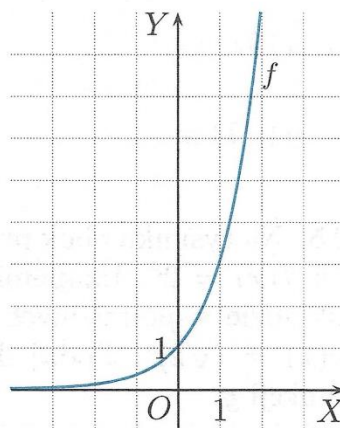
zbiór wartości funkcji g : _____



Wykresy funkcji $y = a^x$ oraz $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, są symetryczne względem osi OY .

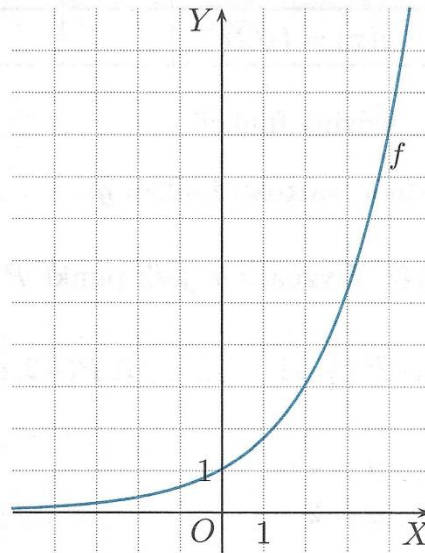
19. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f(x) = 3^x$. Uzupełnij tabelę i w tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykres funkcji $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

x	-3	-2	-1	0	1
$g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$			3		



20. a) Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f(x) = (\sqrt{3})^x$. Uzupełnij tabelę i w tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykres funkcji $g(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$.

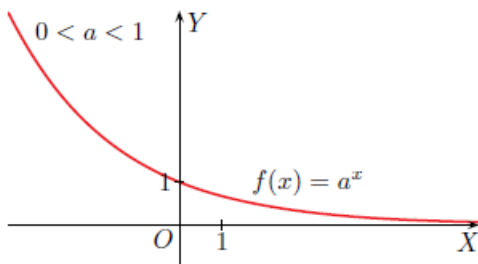
x	-4	-2	0	2	4
$f(x) = \sqrt{3}^x$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1		
$g(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$				$\frac{1}{3}$	



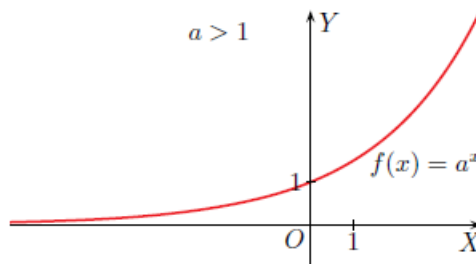
b) Uzupełnij zdanie.

Funkcja g przyjmuje wartości większe od 1 dla _____, a wartości większe od 3 dla _____.

Temat: **Własności funkcji wykładniczej.**



Dla $a \in (0; 1)$ funkcja wykładnicza $f(x) = a^x$ jest malejąca.



Dla $a \in (1; \infty)$ funkcja wykładnicza $f(x) = a^x$ jest rosnąca.

Dziedziną funkcji wykładniczej $f(x) = a^x$ jest zbiór liczb rzeczywistych $\mathbb{R}$, a jej zbiorem wartości – przedział $(0; \infty)$. Wykres funkcji wykładniczej przecina oś OY w punkcie $(0, 1)$, natomiast nie ma punktów wspólnych z osią OX , która jest jego asymptotą poziomą.

Uwaga. Dla $a = 1$ funkcja $f(x) = a^x$ jest funkcją stałą $f(x) = 1$.

16. Wyznacz a , jeśli punkt P należy do wykresu funkcji $f(x) = 4^x$. $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

a) $P\left(\frac{1}{2}, a\right)$ b) $P(-2, a)$ c) $P(a, 64)$ d) $P\left(a, \frac{1}{64}\right)$

$$a = 4^{\frac{1}{2}}$$

$$a = 2$$

17. Wyznacz a , jeśli punkt P należy do wykresu funkcji $f(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^x$.

a) $P(-2, a)$ b) $P\left(\frac{2}{3}, a\right)$ c) $P(a, 8)$ d) $P(a, 2)$

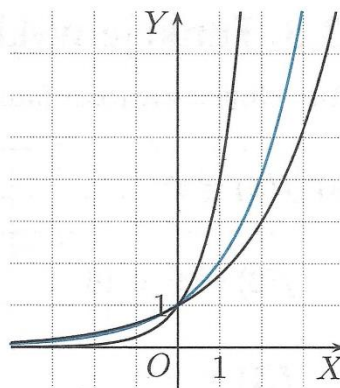
18. Na rysunku obok przedstawiono wykresy funkcji:
 $f(x) = 4^x$, $g(x) = 2^x$ i $h(x) = (\sqrt{3})^x$.

a) Podpisz każdy z wykresów.

b) Dla każdego punktu podaj funkcję, do której wykresu on należy.

$A(\frac{1}{2}, 2)$ f $C(2, 3)$ $E(-3, \frac{1}{8})$

$B(4, 9)$ $D(5, 32)$ $F(-1, \frac{\sqrt{3}}{3})$



21. Określ monotoniczność funkcji f .

a) $f(x) = (1,2)^x$ b) $f(x) = (1,3)^x$ c) $f(x) = \pi^x$ d) $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$

Rosnąca bo $\pi > 1$

22. Punkt P należy do wykresu funkcji $f(x) = a^x$. Wyznacz a i sprawdź, czy punkty Q oraz R należą do wykresu tej funkcji.

a) $P(2, 4)$, $Q(-3, \frac{1}{8})$, $R(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

b) $P(\frac{1}{3}, 2)$, $Q(-2, \frac{1}{32})$, $R(\frac{2}{3}, 4)$

$$a^x = y \quad i \quad a > 0$$

$$a^2 = 4 \quad to \quad a = 2$$

$$czyli f(x) = 2^x$$

$$f(-3) = 2^{-3} = \frac{1}{8} \quad Q \in f(x)$$

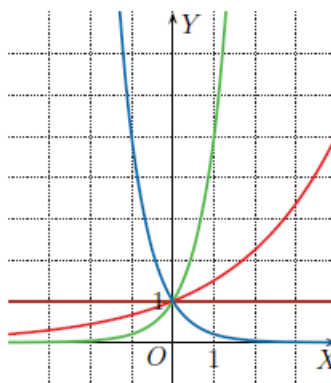
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \quad R \notin f(x)$$

Ćwiczenie 4

Na rysunku obok przedstawiono wykresy funkcji:

$f(x) = 5^x$, $g(x) = 0,2^x$, $h(x) = 1,5^x$ i $k(x) = 1^x$.

Dobierz wzór do każdego wykresu.



Ćwiczenie 5

Zapisz liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

a) $5^{\frac{1}{2}}$, $5^{\frac{1}{3}}$, $5^{0,3}$, $5^{0,33}$

c) $0,6^{\frac{1}{2}}$, $0,6^{\frac{1}{3}}$, $0,6^{\frac{3}{7}}$, $0,6^{\frac{3}{8}}$, $0,6^{0,35}$

b) $7^{3,1}$, $7^{3,2}$, 7^π , $7^{\sqrt{5}}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,5}$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$, $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{\pi}{2}}$

d)

$\left(\frac{1}{3}\right)^x$ – jest funkcją malejącą, więc wartości będą coraz większe, jeżeli argumenty będą malały.

Ustawiamy argumenty od największego $2 > \sqrt{3} > \frac{\pi}{2} > 1,5 > \sqrt{2}$ to wartości w kolejności rosnącej, to:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 < \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{\pi}{2}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{1,5} < \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$$