

Witam,

17 kwietnia 2020r. (piątek) w godzinach od 8⁰⁰ do 22⁵⁹ będzie udostępniony test z liczb rzeczywistych – Klasy TŻiUG – pierwsze podejście - klasa IVTR – poprawa.

Warto przed przystąpieniem do testu przypomnieć zadania z pierwszej karty pracy (Zestawy z matur próbnych).

Link do testu - <https://www.testportal.pl/test.html?t=4nuBSPyjaUaX>

Pozdrawiam

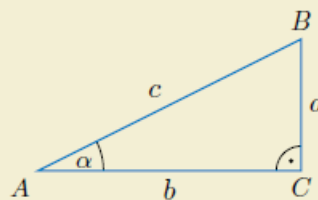
Edyta Kolenda

Temat: **Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego.**

Funkcje trygonometryczne kąta ostrego

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

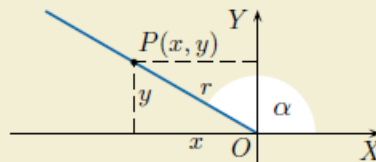
Rozwiązaniem trójkąta nazywamy obliczenie długości wszystkich jego boków i miar wszystkich jego kątów.

Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego

Niech $P(x, y)$ będzie dowolnym punktem leżącym na ramieniu końcowym kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle$, różnym od początku układu współrzędnych. Wtedy:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \text{gdzie } r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \quad (x \neq 0, \text{ czyli } \alpha \neq 90^\circ).$$



Dla dowolnego kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle$ prawdziwe są zależności:

$$1. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$2. \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \text{ dla } \alpha \neq 90^\circ$$

Wybrane wzory redukcyjne

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 712 (INF CKE 2007)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = 0,9$. Wówczas

- A. $\alpha < 30^\circ$ B. $\alpha = 30^\circ$ C. $\alpha = 45^\circ$ D. $\alpha > 45^\circ$

Zadanie 713 (INF CKE 2007, 2013)

Kąt α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Jaki warunek spełnia kąt α ?

- A. $\alpha < 30^\circ$ B. $\alpha = 30^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. $\alpha > 60^\circ$

Zadanie 714 (INF CKE 2007)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Wówczas

- A. $\alpha < 30^\circ$ B. $\alpha = 30^\circ$ C. $\alpha = 45^\circ$ D. $\alpha > 45^\circ$

Zadanie 715 (CKE VIII/2011)

Kąt α jest ostry oraz $\sin \alpha = \cos 47^\circ$. Wtedy miar kąta α jest równa

- A. 6° B. 33° C. 47° D. 43°

Zadanie 716

Kąty ostre w trójkącie prostokątnym mają miary α, β . Wiadomo, że $\sin \alpha < \frac{1}{4}$.

Wtedy na pewno

- A. $\alpha < 10^\circ$ B. $\beta > 80^\circ$ C. $\cos \alpha < \frac{1}{4}$ D. $\cos \beta < \frac{1}{4}$

Zadanie 717

Dla pewnego kąta ostrego α zachodzi nierówność $\operatorname{tg} \alpha > \operatorname{ctg} \alpha$. Wtedy na pewno

- A. $\alpha < 30^\circ$ B. $\alpha < 45^\circ$ C. $\alpha > 45^\circ$ D. nie ma takiego kąta α

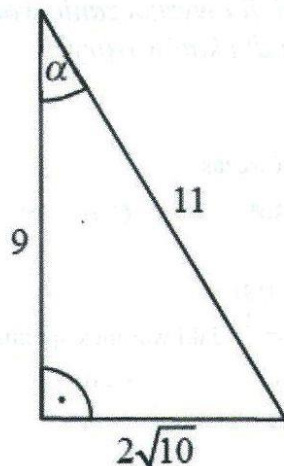
Zadanie 718

W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna jest 2 razy dłuższa od jednej z przyprostokątnych. Sinus kąta leżącego naprzeciw drugiej przyprostokątnej jest równy

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

Zadanie 719 (CKE VIII/2012)

W trójkącie prostokątnym dane są długości boków (zobacz rysunek). Wtedy

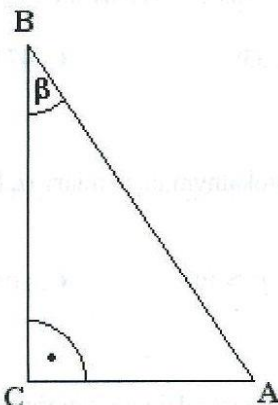


- A. $\cos \alpha = \frac{9}{11}$ B. $\sin \alpha = \frac{9}{11}$ C. $\sin \alpha = \frac{11}{2\sqrt{10}}$ D. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{11}$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 720 (INF CKE 2007, 2013)

Dane są długości boków $|BC| = 5$ i $|AC| = 3$ trójkąta prostokątnego ABC o kącie ostrym β (rysunek). Wtedy



- A. $\sin \beta = \frac{3}{5}$ B. $\sin \beta = \frac{4}{5}$ C. $\sin \beta = \frac{3\sqrt{34}}{34}$ D. $\sin \beta = \frac{5\sqrt{34}}{34}$

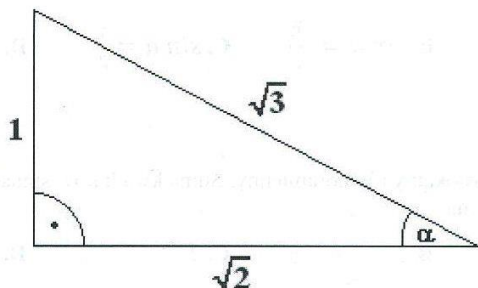
Zadanie 721 (CKE V/2012)

W trójkącie prostokątnym ABC odcinek AB jest przeciwprostokątną i $|AB| = 13$ oraz $|BC| = 12$. Wówczas sinus kąta ABC jest równy

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{13}{12}$

Zadanie 722 (CKE XI/2009)

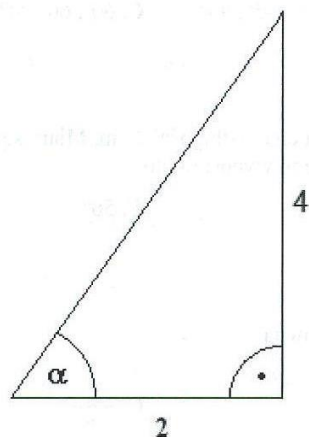
Dany jest trójkąt prostokątny (patrz rysunek). Wtedy $\tan \alpha$ jest równy



- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Zadanie 723

Dany jest trójkąt prostokątny (rysunek). Wartość wyrażenia $\tan \alpha + \cot \alpha$ wynosi



- A. $2\frac{1}{2}$ B. 1 C. 6 D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 725

Przyprostokątne w trójkącie prostokątnym mają długości 4 i 2. α jest najmniejszym kątem w tym trójkącie. Wtedy

- A. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$

Zadanie 726

Dany jest trójkąt prostokątny równoramienny. Suma kwadratów sinusów kątów ostrych tego trójkąta jest równa

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

Zadanie 727

Jeden z kątów ostrych trójkąta prostokątnego ma miarę α ; ponadto wiadomo, że

$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Kąty tego trójkąta mają miary

- A. 30° ; 60° ; 90° B. 45° ; 45° ; 90° C. 60° ; 60° ; 60° D. 60° ; 60° ; 90°

Zadanie 728

Słup o wysokości 15 m rzuca cień o długości 27 m. Miara kąta, jaki tworzy promień słoneczny z powierzchnią ziemi wynosi około

- A. 29° B. 34° C. 56° D. 61°

Zadanie 729 (CKE V/2012)

Liczba $\operatorname{tg} 30^\circ - \sin 30^\circ$ jest równa

- A. $\sqrt{3} - 1$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}-1}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

Zadanie 730

Wyrażenie $\frac{\cos 60^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ - 1}$ ma wartość

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

Zadanie 731

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $\sin \alpha = \sqrt{2} - \sin \alpha$. Wtedy

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. nie istnieje taki kąt

Zadanie 732

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $2 \cos \alpha = 2 + \cos \alpha$. Wtedy

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. nie istnieje taki kąt

Zadanie 733

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $\frac{1}{3} \cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Wtedy

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. nie istnieje taki kąt

Zadanie 734

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $\sqrt{3} \operatorname{ctg} \alpha = 1$. Wtedy

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. nie istnieje taki kąt

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 735

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$. Wtedy

- A. $\alpha \approx 14^\circ$ B. $\alpha \approx 45^\circ$ C. $\alpha \approx 76^\circ$ D. nie istnieje taki kąt

Zadanie 736

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $2\sin^2 \alpha = 1$. Wtedy

- A. $\alpha = 0^\circ$ B. $\alpha = 30^\circ$ C. $\alpha = 45^\circ$ D. $\alpha = 60^\circ$

Zadanie 737

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{\sqrt{3}}$. Wtedy

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. nie istnieje taki kąt

Zadanie 738

Wiadomo, że α jest kątem ostrym oraz $3 - 4\cos^2 \alpha = 0$. Wtedy

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 60^\circ$ D. nie istnieje taki kąt

Zadanie 739

Wiadomo, że α jest kątem ostrym. Równanie $\sin \alpha = m^2 + 2$ ma rozwiązanie wtedy i tylko wtedy gdy

- A. $m \in \emptyset$ B. $m \in \{0\}$ C. $m \in \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$ D. $m \in \mathbb{R}$

Zadanie 740

Wiadomo, że α jest kątem ostrym. Równanie $\operatorname{tg} \alpha = 2m - 4$ ma rozwiązanie wtedy i tylko wtedy gdy

- A. $m \in \emptyset$ B. $m \in (-2, +\infty)$ C. $m \in (2, +\infty)$ D. $m \in (-\infty, 2)$

Zadanie 741

Wiadomo, że α jest kątem ostrym. Równanie $\cos \alpha = m^2 - 3$ ma rozwiązanie wtedy i tylko wtedy gdy

- A. $m \in \emptyset$ B. $m \in (\sqrt{3}, 2)$ C. $m \in (3, 4)$ D. $m \in \mathbb{R}$

Zadanie 742

Wyrażenie $(\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha) + 2\cos^2 \alpha$ po wykonaniu przekształceń równoważnych może przyjąć postać

- A. 0 B. 1 C. $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ D. $\cos^2 \alpha$

Zadanie 743

Wyrażenie $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$ po wykonaniu przekształceń równoważnych może przyjąć postać

- A. 1 B. $2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ C. $1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ D. $1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

Zadanie 744

Wyrażenie $2(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 3\sin \alpha \cos \alpha$ po wykonaniu przekształceń równoważnych może przyjąć postać

- A. $2 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ B. $2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ C. $1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ D. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$

Zadanie 745

Wyrażenie $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ dla dowolnego kąta ostrego α ma wartość

- A. 0 B. 2 C. $4\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ D. 4

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 746 (CKE V/2011)

Wartość wyrażenia $\frac{\sin^2 38^\circ + \cos^2 38^\circ - 1}{\sin^2 52^\circ + \cos^2 52^\circ + 1}$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$

B. 0

C. $-\frac{1}{2}$

D. 1

Zadanie 747

Wyrażenie $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha}$ dla dowolnego kąta ostrego α ma wartość

A. $\operatorname{tg} \alpha$

B. $\operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha$

C. $\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha$

D. $\operatorname{tg} \alpha + 1$

Zadanie 748

Wyrażenie $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ dla dowolnego kąta ostrego α , ma wartość

A. 1

B. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}$

C. $\frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

D. $\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$

Zadanie 749

Wyrażenie $(1 - \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{ctg} \alpha)$ dla dowolnego kąta ostrego α , ma wartość

A. 0

B. $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha$

C. $1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$

D. 1

Zadanie 750

Wyrażenie $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$ dla dowolnego kąta ostrego α , ma wartość

A. 1

B. $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$

C. $\operatorname{ctg}^2 \alpha$

D. $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$

Zadanie 751

Wyrażenie $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1$ dla dowolnego kąta ostrego α , ma wartość

A. $\cos^2 \alpha - 1$

B. $\operatorname{tg}^2 \alpha$

C. $\operatorname{ctg}^2 \alpha$

D. $\sin^2 \alpha$

Zadanie 752

Wyrażenie $1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ dla dowolnego kąta ostrego α , ma wartość

A. $\cos^2 \alpha - 1$

B. $-\operatorname{tg}^2 \alpha$

C. $\operatorname{tg}^2 \alpha$

D. $\sin^2 \alpha$

Zadanie 753 (CKE XI/2009)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{8}{9}$. Wtedy $\cos \alpha$ jest równy

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{8}{9}$

C. $\frac{\sqrt{17}}{9}$

D. $\frac{65}{9}$

Zadanie 754 (INF CKE 2007)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Wtedy $\sin \alpha$ jest równy

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

C. $\frac{7}{16}$

D. $\frac{\sqrt{7}}{16}$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 755 (CKE VIII/2010)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Wtedy $\sin \alpha$ jest równy

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{7}{16}$

Zadanie 756 (INF CKE 2007, 2013)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Wówczas

A. $\cos \alpha < \frac{3}{4}$

B. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$

D. $\cos \alpha > \frac{\sqrt{13}}{4}$

Zadanie 757

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 1\frac{1}{4}$. Wówczas

A. $\operatorname{ctg} \alpha > 4$

B. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{5}{4}$

C. $\operatorname{ctg} \alpha < \frac{9}{10}$

D. taki kąt α nie istnieje

Zadanie 758

Kąt α jest ostry i $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{5}{12}$. Wówczas

A. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$

B. $\sin \alpha = \frac{25}{169}$

C. $\sin \alpha = \frac{144}{169}$

D. $\sin \alpha = \frac{5}{13}$

Zadanie 759

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Wówczas

A. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Zadanie 760 (CKE VIII/2012)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{7}{13}$. Wtedy $\operatorname{tg} \alpha$ jest równy

A. $\frac{7}{6}$

B. $\frac{7 \cdot 13}{120}$

C. $\frac{7}{\sqrt{120}}$

D. $\frac{7}{13\sqrt{120}}$

Zadanie 761 (CKE V/2011)

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{5}{13}$. Wtedy

A. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$

B. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$

C. $\sin \alpha = \frac{12}{5}$ oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{13}$

D. $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{13}$

Zadanie 762 (CKE V/2013)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Wartość wyrażenia $\cos^2 \alpha - 2$ jest równa

A. $-\frac{7}{4}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 763 (CKE V/2010)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Wartość wyrażenia $2 - \cos^2 \alpha$ jest równa

A. $\frac{25}{16}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{17}{16}$

D. $\frac{31}{16}$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 764

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Wartość wyrażenia $\sin^2 \alpha - 1$ jest równa

- A. $-\frac{8}{9}$ B. $-\frac{4}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{8}{9}$

Zadanie 765

Kąt α jest ostry i $\operatorname{ctg} \alpha = 7$. Wartość wyrażenia $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ jest równa

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{32}{50}$ C. 1 D. $\frac{32}{25}$

Zadanie 766 (CKE V/2014)

Jeżeli α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$, to wartość wyrażenia $\frac{3 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}{\sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ jest równa

- A. $-\frac{11}{23}$ B. $\frac{24}{5}$ C. $-\frac{23}{11}$ D. $\frac{5}{24}$

Zadanie 767

Wiadomo, że dla pewnego kąta ostrego α , $\operatorname{ctg} \alpha \approx 1,8$ (w zaokrągleniu do 0,1). Wskaż prawidłowe przybliżenie (do 0,1) funkcji trygonometrycznej dla tego samego kąta α

- A. $\sin \alpha \approx 0,9$ B. $\cos \alpha \approx 0,5$ C. $\sin \alpha \approx 0,5$ D. $\cos \alpha \approx 0,8$

5. TRYGNOMETRIA – ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI (2 pkt)

Zadanie 768

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 i 12. Oblicz sinus i cotangens najmniejszego kąta tego trójkąta.

Zadanie 769 (INF CKE 2007, 2013)

W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości 2 i 4, a jeden z kątów ostrych ma miarę α . Oblicz $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Zadanie 770

Rozwiąż równanie $\cos \alpha = t$ gdzie t jest wartością wyrażenia $\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ zaś α jest kątem ostrym.

Zadanie 771

Rozwiąż równanie $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \sqrt{3}$, gdzie α jest kątem ostrym.

Zadanie 772

Uzasadnij, że dla dowolnego kąta ostrego α zachodzi równość $(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha) + (\cos^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha) = 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Zadanie 773

Uzasadnij, że dla dowolnego kąta ostrego α zachodzi równość $1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

Zadanie 774 (CKE V/2013)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha$.

Zadanie 775 (CKE V/2010)

Kąt α jest ostry i $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. Oblicz $\cos \alpha$.

Zadanie 776 (INF CKE 2007, 2013)

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Oblicz $3 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha$.

Zadanie 777 (CKE XI/2009)

Kąt α jest ostry i $\tan \alpha = \frac{4}{3}$. Oblicz $\sin \alpha + \cos \alpha$.

Zadanie 778 (CKE VIII/2013)

Kąt α jest ostry i $\tan \alpha = 2$. Oblicz $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Zadanie 779 (CKE V/2011)

Kąt α jest ostry i $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Zadanie 780

Pręt rzuca cień równy połowie swojej długości. Oblicz kąt pod jakim padają promienie słoneczne na ziemię.

Zadanie 781 (INF CKE 2007)

Oblicz $a - b$, gdy $a = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$, $b = 1 - 4\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ dla $\alpha = 60^\circ$.

Zadanie 782

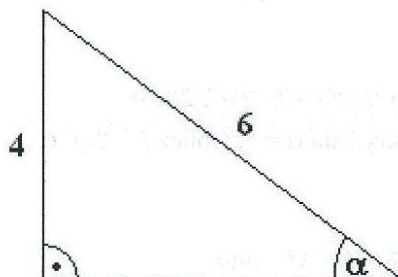
Uzasadnij, że dla dowolnego kąta ostrego α zachodzi nierówność $\tan \alpha + \operatorname{ctg} \alpha \geq 2$.

5. TRYGONOMETRIA – ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 783 (4 pkt)

Korzystając z danych na rysunku poniżej oblicz wartość wyrażenia $(\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \cdot \tan \alpha$.

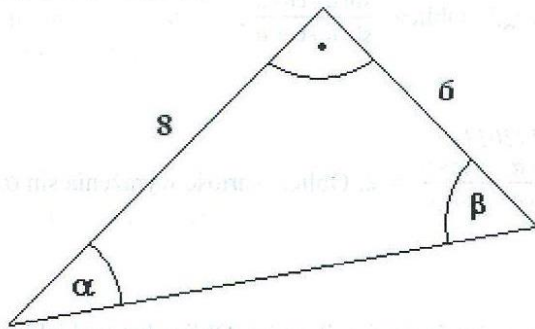
Wynik przedstaw w postaci ułamka $\frac{a}{b}$, gdzie $a, b \in \mathbb{C}$.



Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 784 (4 pkt) (CKE V/2007)

Korzystając z danych przedstawionych na rysunku, oblicz wartość wyrażenia $\operatorname{tg}^2 \beta - 5 \sin \beta \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$.



Zadanie 785 (4 pkt) (INF CKE 2007)

Wiedząc, że α jest kątem ostrym i $\operatorname{tg} \alpha = 2$, oblicz wartość wyrażenia $\frac{4 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}{3 \cos \alpha + 5 \sin \alpha}$.

Zadanie 786 (4 pkt)

Wiadomo, że α jest kątem ostrym i $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}$.

Zadanie 787 (5 pkt) (CKE V/2009)

Miara jednego z kątów ostrych w trójkącie prostokątnym jest równa α .

a) uzasadnij, że spełniona jest nierówność $\sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha < 0$.

b) Dla $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ oblicz wartość wyrażenia $\cos^3 \alpha + \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$.

Temat: Ciągi liczbowe i ich własności. – 2 lekcje

Ciągiem nieskończonym nazywamy funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb naturalnych dodatnich. Ciąg $a : \mathbb{N}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ oznaczamy (a_n) , a kolejne jego wartości nazywamy wyrazami i oznaczamy: $a_1, a_2, a_3, \dots$

Ciągiem skończonym k -wyrazowym nazywamy funkcję, której dziedziną jest skończony zbiór liczb $\{1, 2, 3, \dots, k\}$.

Ciągi monotoniczne

Ciąg (a_n) nazywamy:

- **rosnącym**, jeśli dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$: $a_{n+1} > a_n$,
- **malejącym**, jeśli dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$: $a_{n+1} < a_n$,
- **nierosnącym**, jeśli dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$: $a_{n+1} \leq a_n$,
- **niemalejącym**, jeśli dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$: $a_{n+1} \geq a_n$,
- **stałym**, jeżeli wszystkie wyrazy ciągu są równe.

Ciąg arytmetyczny

Ciąg liczbowy (a_n) nazywamy **ciągami arytmetycznym**, jeżeli istnieje taka liczba r , że dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$ zachodzi równość:

$$a_{n+1} = a_n + r$$

Liczbę r nazywamy **różnicą** ciągu.

Wzór ogólny ciągu arytmetycznego (a_n) o różnicy r :

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) o różnicy r :

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)r}{2} \cdot n$$

Ciąg geometryczny

Ciąg liczbowy (a_n) nazywamy ciągiem geometrycznym, jeżeli istnieje taka liczba q , że dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$ zachodzi równość:

$$a_{n+1} = a_n \cdot q$$

Liczbę q nazywamy ilorazem ciągu.

Wzór ogólny ciągu geometrycznego (a_n) o ilorazie q :

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (a_n) o ilorazie $q \neq 1$:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

Zadanie 788 (CKE XI/2009)

Dla $n = 1, 2, 3, \dots$ ciąg (a_n) jest określony wzorem: $a_n = (-1)^n \cdot (3 - n)$. Wtedy

- A. $a_3 < 0$ B. $a_3 = 0$ C. $a_1 = 1$ D. $a_3 > 1$

Zadanie 789 (CKE VIII/2012)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{n}{(-2)^n}$ dla $n \geq 1$. Wówczas

- A. $a_3 = \frac{1}{2}$ B. $a_3 = -\frac{1}{2}$ C. $a_3 = \frac{3}{8}$ D. $a_3 = -\frac{3}{8}$

Zadanie 790 (CKE V/2012)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2-n}{n^2}$ dla $n \geq 1$. Wówczas wyraz a_5 tego ciągu jest równy

- A. $-\frac{3}{25}$ B. $\frac{3}{25}$ C. $-\frac{7}{25}$ D. $\frac{7}{25}$

Zadanie 791

Ciąg (a_n) jest określony dla $n \geq 1$ wzorem $a_n = (-3)^n \cdot (n-3)^2$. Wynika stąd, że

- A. $a_2 = -9$ B. $a_2 = 3$ C. $a_4 = 81$ D. $a_4 = -81$

Zadanie 792 (INF CKE 2007, 2013)

Ciąg (a_n) jest określony dla $n \geq 1$ wzorem $a_n = (-3)^n \cdot (9 - n^2)$. Wynika stąd, że

- A. $a_3 = -81$ B. $a_3 = -27$ C. $a_3 = 0$ D. $a_3 > 0$

Zadanie 793 (INF CKE 2007)

Ciąg (a_n) jest określony dla $n \geq 1$ wzorem $a_n = (-1)^n \cdot (n^2 - 2n)$. Wynika stąd, że

- A. $a_3 > 3$ B. $a_3 = 3$ C. $a_3 < 2$ D. $a_3 = 2$

Zadanie 794

Cztery początkowe wyrazy ciągu mają odpowiednio wartości: $-1; 2; -3; 4$. Wzór ogólny tego ciągu może mieć postać

- A. $a_n = (-n)^n$ B. $a_n = (-n)^{n+1}$ C. $a_n = (-1)^n \cdot n$ D. $a_n = (-n)^n$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 795

Cztery początkowe wyrazy ciągu mają odpowiednio wartości: $\frac{1}{2}$; 4; $\frac{1}{8}$; 16. Wzór ogólny tego ciągu może mieć postać

A. $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$ B. $a_n = 2^{-n}$ C. $a_n = 2^{n \cdot (-1)^n}$ D. $a_n = 2^n \cdot (-1)^n$

Zadanie 796

Ciąg (a_n) jest określony dla $n \geq 1$ wzorem $a_n = n^2 - n - 20$. Ile wyrazów równych 0 jest w tym ciągu?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. nieskończenie wiele

Zadanie 797

Ile wyrazów równych 0 ma ciąg (a_n) o wzorze $a_n = n^3 - 3n^2 - n + 3$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 798

Ile wyrazów równych 30 jest w ciągu o wzorze $a_n = 5 + n^2$, gdzie $n \geq 1$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. nieskończenie wiele

Zadanie 799

Ile jest wyrazów równych 10 w ciągu o wzorze $a_n = |5 - n|$, gdzie $n \geq 1$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. nieskończenie wiele

Zadanie 800 (CKE VIII/2013)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = n^2 - n$ dla $n \geq 1$. Który wyraz tego ciągu jest równy 6?

- A. drugi B. trzeci C. szósty D. trzydziesty

Zadanie 801 (CKE VIII/2011)

Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 - 9$ dla $n \geq 1$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 802

Do wykresu ciągu (b_n) o wzorze ogólnym $b_n = n^2 - 2n + 1$, gdzie $n \geq 1$ należy punkt

- A. $(-2, 9)$ B. $(2, 9)$ C. $(3, 2)$ D. $(3, 4)$

Zadanie 803

Wskaż ciąg do wykresu którego należy punkt $A(6, -7)$

- A. $a_n = (-1)^n \cdot n$ B. $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n$
C. $a_n = (-1)^n \cdot (n + 1)$ D. $a_n = (-1)^{n+1} \cdot (n + 1)$

Zadanie 804

Wskaż ciąg do którego wykresu należy punkt $A(2, -4)$

- A. $a_n = 2^n \cdot (n + 3)$ B. $a_n = 2^n \cdot (n - 3)$
C. $a_n = 3^n \cdot (n + 2)$ D. $a_n = 3^n \cdot (n - 2)$

Zadanie 805

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = -n(2 - n)(3 - n)^2$. Wynika z tego, że

- A. $a_1 > 0$ B. $a_2 > 0$ C. $a_3 > 0$ D. $a_4 > 0$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 806

Ciąg określono słownie: „Ciąg a_n każdej liczbie naturalnej dodatniej n przyporządkowuje liczbę 3 razy od niej większą.” Wzór ogólny tego ciągu to:

- A. $a_n = 3 + n$ B. $a_n = 3n$ C. $a_n = \frac{3}{n}$ D. $a_n = 3$

Zadanie 807

Ciąg określono słownie: „Ciąg b_n każdej liczbie naturalnej dodatniej n przyporządkowuje jej kwadrat pomniejszony o 2.” Wzór ogólny tego ciągu to:

- A. $b_n = (n - 2)^2$ B. $b_n = n^2 - 2$ C. $b_n = \left(\frac{n}{2}\right)^2$ D. $b_n = n^2 - 2^2$

6.2. Badanie czy ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny.

Zadanie 808

Podano ciągi przez wypisanie początkowych wyrazów. Wskaż wśród nich ciąg arytmetyczny.

- A. 1 ; 1,1 ; 1,11 ; 1,111 ... B. 2 ; -2 ; -4 ; -6 ...
C. 3 ; 2,9 ; 2,8 ; 2,7 ... D. 4 ; -4 ; 4 ; -4 ...

Zadanie 809

Dane są początkowe wyrazy trzech ciągów:

X: 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ... Y: 2 ; 1 ; 0 ; -1 ; -2 ... Z: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$; ...

Ciągi arytmetyczne to:

- A. tylko X B. tylko Y i Z C. tylko Y D. wszystkie trzy

Zadanie 810

Dane są ciągi o wzorach ogólnych $a_n = 4 - n$; $b_n = n^2 - 4$; $c_n = 4n$.

Ciągami arytmetycznymi są

- A. wszystkie trzy B. tylko a_n C. tylko a_n i b_n D. tylko a_n i c_n

Zadanie 811

Dane są początkowe wyrazy trzech ciągów:

X: 0 ; 5 ; 25 ; 125 ; 625 ... Y: -1 ; 1 ; -1 ; 1 ; -1 ... Z: $\frac{1}{2}$; -1 ; 2 ; -4 ; 8 ...

Ciągi geometryczne to:

- A. tylko X B. tylko Y i Z C. tylko Z D. wszystkie trzy

Zadanie 812

Dane są ciągi o wzorach ogólnych $a_n = \frac{n}{2}$; $b_n = 2^n$; $c_n = 2n^2$. Ciągami geometrycznymi są

- A. wszystkie trzy B. tylko b_n C. tylko a_n i b_n D. tylko c_n

Zadanie 813

W ciągu a_n pierwszy wyraz jest równy 2, zaś każdy następny jest kwadratem poprzedniego wyrazu. Wskaż stwierdzenie prawdziwe:

- A. Ciąg a_n jest ciągiem arytmetycznym i geometrycznym.
B. Ciąg a_n jest ciągiem arytmetycznym ale nie jest ciągiem geometrycznym.
C. Ciąg a_n jest ciągiem geometrycznym ale nie jest ciągiem arytmetycznym.
D. Ciąg a_n nie jest ani ciągiem arytmetycznym ani geometrycznym.

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 814

Wzór ogólny ciągu arytmetycznego, o początkowych wyrazach $1, -\frac{1}{3}, -1\frac{2}{3}, -3$ to:

A. $a_n = (n - 1) \cdot \frac{4}{3}$

B. $a_n = 2\frac{1}{3} - \frac{4}{3}n$

C. $a_n = n - \frac{4}{3}$

D. $a_n = -\frac{4}{3}n + 1$

Zadanie 815 (CKE V/2014)

Liczby 2, -1, -4 są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wzór ogólny tego ciągu ma postać

A. $a_n = -3n + 5$ B. $a_n = n - 3$ C. $a_n = -n + 3$ D. $a_n = 3n - 5$

Zadanie 816 (CKE VI/2011)

Ciąg arytmetyczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = 2n - 1$ dla $n \geq 1$. Różnica tego ciągu jest równa

A. -1 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 817 (CKE V/2010)

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_3 = 13$ i $a_5 = 39$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

A. 13 B. 0 C. -13 D. -26

Zadanie 818

Początkowe wyrazy ciągu arytmetycznego są równe: $a_1 = 24$; $a_2 = -13$; $a_3 = -50$. Wyraz dwudziesty jest równy:

A. -679 B. -716 C. -642 D. -850

Zadanie 819

Różnicą ciągu arytmetycznego (a_n) jest $r = 6$. Wiadomo, że dziewiąty wyraz tego ciągu jest równy 48. Wynika stąd, że

A. $a_1 = 6$ B. $a_2 = 6$ C. $a_1 = 96$ D. $a_2 = 96$

Zadanie 820

W ciągu geometrycznym mamy $a_1 = -\frac{1}{8}$ oraz $q = 2$. Wyraz a_6 jest równy

A. -8 B. -4 C. 4 D. 8

Zadanie 821

Jeżeli o ciągu geometrycznym wiadomo, że wyraz pierwszy ma wartość 6 zaś iloraz jest równy $-\frac{1}{3}$ to wyraz trzeci tego ciągu jest równy

A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. 54 D. -54

Zadanie 822 (CKE VIII/2012)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 36$, $a_2 = 18$. Wtedy

A. $a_4 = -18$ B. $a_4 = 0$ C. $a_4 = 4,5$ D. $a_4 = 144$

Zadanie 823 (CKE VIII/2010)

W malejącym ciągu geometrycznym (a_n) mamy: $a_1 = -2$ i $a_3 = -4$. Iloraz tego ciągu jest równy

A. -2 B. 2 C. $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 824

W ciągu geometrycznym dane są: $a_2 = 20$ oraz $q = 0,1$. Prawdą jest, że

- A. $a_1 = 2$ B. $a_3 = 2,2$ C. $a_5 = 0,02$ D. $a_7 = 2,2222222$

Zadanie 825 (CKE VI/2011)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ i $a_3 = -1$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Zadanie 826 (CKE V/2013)

Ciąg (a_n) określony dla $n \geq 1$ jest arytmetyczny oraz $a_3 = 10$ i $a_4 = 14$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. $a_1 = -2$ B. $a_1 = 2$ C. $a_1 = 6$ D. $a_1 = 12$

Zadanie 827 (CKE VIII/2010)

W ciągu arytmetycznym (a_n) mamy: $a_2 = 5$ i $a_4 = 11$. Oblicz a_5

- A. 8 B. 14 C. 17 D. 6

Zadanie 828 (CKE XI/2009)

W ciągu arytmetycznym trzeci wyraz jest równy 14, a jedenasty jest równy 34. Różnica tego ciągu jest równa

- A. 9 B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. $\frac{2}{5}$

Zadanie 829 (CKE XI/2009)

W ciągu arytmetycznym wyraz piętnasty jest równy 7, a jedenasty jest równy 8. Wyraz dziewiętnasty tego ciągu jest równy

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

Zadanie 830 (CKE V/2011)

Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) o wyrazach dodatnich. Wtedy

- A. $a_4 + a_7 = a_{10}$ B. $a_4 + a_6 = a_3 + a_8$ C. $a_2 + a_9 = a_3 + a_8$ D. $a_5 + a_7 = 2a_8$

Zadanie 831

Ciąg arytmetyczny tworzą dodatnie liczby naturalne które przy dzieleniu przez 6 dają resztę 5. Wyraz setny tego ciągu jest równy

- A. 599 B. 605 C. 650 D. 699

Zadanie 832 (INF CKE 2007)

Liczby: 1, 3, $x-11$, w podanej kolejności, są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Liczba x jest równa

- A. 5 B. 9 C. 16 D. 20

Zadanie 833 (INF CKE 2007, 2013)

Liczby: $x-1$, 4, 8 w podanej kolejności, są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wówczas liczba x jest równa

- A. 3 B. 1 C. -1 D. -7

Zadanie 834 (CKE VIII/2013)

Liczby 7, a , 49 w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny. Wtedy a jest równe

- A. 14 B. 21 C. 28 D. 42

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 835 (CKE VIII/2011)

W ciągu geometrycznym (a_n) mamy $a_3 = 5$ i $a_4 = 15$. Wtedy wyraz a_5 jest równy

- A. 10 B. 20 C. 75 D. 45

Zadanie 836 (INF CKE 2007)

Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 4, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy -2 . Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. 16 B. -16 C. 8 D. -8

Zadanie 837 (INF CKE 2007)

Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 4, a piąty wyraz jest równy 1. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. 16 D. $16\sqrt{2}$

Zadanie 838 (CKE XI/2009)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_1 = 32$ i $a_4 = -4$. Iloraz tego ciągu jest równy

- A. 12 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -12

Zadanie 839 (CKE V/2010)

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 3$ i $a_4 = 24$. Iloraz tego ciągu jest równy

- A. 8 B. 2 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{2}$

Zadanie 840 (CKE V/2011)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_3 = 1$ i $a_4 = \frac{2}{3}$. Wtedy

- A. $a_1 = \frac{2}{3}$ B. $a_1 = \frac{4}{9}$ C. $a_1 = \frac{3}{2}$ D. $a_1 = \frac{9}{4}$

Zadanie 841 (INF CKE 2007, 2013)

Liczby -8 , 4 i $x + 1$ (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Wówczas liczba x jest równa

- A. -3 B. $-1,5$ C. 1 D. 15

Zadanie 842 (CKE V/2013)

Ciąg $(27, 18, x+5)$ jest geometryczny. Wtedy

- A. $x = 4$ B. $x = 5$ C. $x = 7$ D. $x = 9$

Zadanie 843 (CKE V/2014)

Liczby: $x - 2$, 6 , 12 w podanej kolejności są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba x jest równa

- A. 0 B. 2 C. 3 D. 5

Zadanie 844 (INF CKE 2007)

Liczby 3 , $x + 3$, 108 (w podanej kolejności) tworzą ciąg geometryczny rosnący. Liczba x jest równa

- A. tylko 18 B. 18 lub -18 C. tylko 15 D. 15 lub -15

Zadanie 845

W ciągu arytmetycznym mamy $a_1 = 3$; $r = 1,5$. Prawdą jest, że

- A. $S_2 = 4,5$ B. $S_4 = 20$ C. $S_6 = 40,5$ D. $S_8 = 52$

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 846

Wiadomo, że suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wyraża się wzorem $S_n = n^2 + 2n$. Różnica tego ciągu jest równa

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 847

Suma wszystkich liczb całkowitych od 0 do 100 włącznie jest równa

- A. 5050 B. 6000 C. 10000 D. 10050

Zadanie 848

Suma 5 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w którym $a_1 = 1$ oraz $q = -2$ jest równa

- A. -15 B. 5 C. 11 D. 31

Zadanie 849

Suma 5 początkowych wyrazów ciągu geometrycznego: $-3 ; 1 ; -\frac{1}{3} ; \dots$ wynosi

- A. $-2\frac{7}{27}$ B. $-2\frac{13}{27}$ C. $-1\frac{20}{27}$ D. $-3\frac{13}{27}$

Zadanie 850

20 maja pojawiły się w sprzedaży krajowe truskawki w cenie 7 zł/kg. Każdego dnia cena spadała o 10 groszy/kg. 10 czerwca (tego samego roku) cena kilograma truskawek wynosiła

- A. 4,80 zł B. 4,90 zł C. 5,00 zł D. 5,10 zł

Zadanie 851

Arkusz tektury o grubości 0,5 mm składamy kolejno na pół 5-krotnie. Jaką grubość ma otrzymany w ten sposób pakiet

- A. 8 mm B. 16 mm C. 25 mm D. 31 mm

Zadanie 852

Koszt wykopania studni przedstawia się następująco: „*pierwszy metr – 10 zł, cena każdego następnego wzrasta dwukrotnie w stosunku do poprzedniego*”. Koszt wykopania studni o głębokości 10 m wynosi:

- A. 100 zł B. 5 120 zł C. 10 230 zł D. 10^{10} zł

6. CIĄGI – ZADANIA OTWARTE KRÓTKIEJ ODPOWIEDZI

(2 pkt)

Zadanie 853 (INF CKE 2007)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2-n}{n^2}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$

Oblicz a_2 , a_4 i a_5 .

Zadanie 854

Wykonaj fragment wykresu ciągu $a_n = \frac{(-1)^{n \cdot n}}{2}$ dla $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Zadanie 855 (INF CKE 2007, 2013)

Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 2n - 24$ dla $n \geq 1$?

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 856

Uzasadnij, że ciąg $a_n = (n - 3)(n - 5)$ gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$ nie jest monotoniczny.

Zadanie 857

Jeden z ciągów $a_n = 5n(n - 1)$, $b_n = 5n - 1$ jest arytmetyczny. Wskaż ten ciąg i udowodnij z definicji, że jest arytmetyczny.

Zadanie 858

Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego w którym wyraz piąty jest równy 10 zaś wyraz dziesiąty jest równy 5.

Zadanie 859 (INF CKE 2007)

Liczby $x - 2$, 3 , $x + 6$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zadanie 860 (CKE VIII/2011)

Liczby $2x + 1$, 6 , $16x + 2$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zadanie 861 (INF CKE 2007, 2013)

Liczby 2 , $x - 3$, 8 są w podanej kolejności pierwszym, drugim i czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zadanie 862 (CKE V/2011)

Liczby x , y , 19 w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym $x + y = 8$. Oblicz x i y .

Zadanie 863 (INF CKE 2007, 2013)

Wyrazami ciągu arytmetycznego a_n są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2. Ponadto $a_3 = 12$. Oblicz a_{15} .

Zadanie 864 (CKE VIII/2012)

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równa 3, czwarty wyraz tego ciągu jest równy 15. Oblicz sumę sześciu początkowych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 865 (CKE VIII/2010)

Piąty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 26, a suma pięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 70. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zadanie 866 (CKE XI/2009)

Wykaż, że dla każdego m ciąg $\left(\frac{m+1}{4}, \frac{m+3}{6}, \frac{m+9}{12}\right)$ jest arytmetyczny.

Zadanie 867 (CKE VI/2011)

Liczby 27 , x , 3 są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem malejącego ciągu geometrycznego. Oblicz ósmy wyraz tego ciągu.

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 868

Liczby $a-1$, 2 , $a-4$ tworzą ciąg geometryczny malejący. Wyznacz a .

Zadanie 869

Dane są ciągi: $a_n = n^2$ oraz $b_n = 2^n$. Podaj który z ciągów jest geometryczny, a następnie udowodnij to korzystając z definicji ciągu geometrycznego.

Zadanie 870

O pewnej bakterii wiadomo, że w ciągu 15 minut dzieli się i tworzą się z niej 2 osobniki. Oblicz ile bakterii powstanie z jednej w ciągu 24 godzin. Wynik przedstaw w postaci a^b .

Zadanie 871

Kolejnymi początkowymi wyrazami pewnego ciągu geometrycznego są: $\sqrt{2}$; 2 ; $2\sqrt{2}$; 4 ... Wyznacz sumę jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu. Sumę przedstaw w postaci $a\sqrt{b} + c$.

6. CIĄGI – ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 872 (4 pkt)

Wyznacz wszystkie wyrazy ciągu $a_n = n^4 - 4n^2$ równe 0.

Zadanie 873 (4 pkt)

Wyznacz wszystkie wyrazy ciągu $a_n = 2^{n^3-4n^2+3n}$ równe 1.

Zadanie 874 (4 pkt)

Liczby $x-14$; $x+2$; $10x+2$ są odpowiednio pierwszym, trzecim i piątym wyrazem ciągu geometrycznego o wyrazach dodatnich. Znajdź wzór ogólny tego ciągu.

Zadanie 875 (5 pkt) (INF CKE 2007, 2013)

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są wyrazy $a_3 = 4$, $a_6 = 19$. Wyznacz wszystkie wartości n , dla których wyrazy ciągu (a_n) są mniejsze od 200.

Zadanie 876 (4 pkt)

Trzy liczby których suma wynosi 51 tworzą rosnący ciąg arytmetyczny. Gdyby środkową zmniejszyć o 25 to powstaje ciąg geometryczny. Znajdź liczby tworzące ten ciąg arytmetyczny.

Zadanie 877 (5 pkt) (INF CKE 2007)

Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego wiedząc, że suma pierwszych pięciu jego wyrazów jest równa 10, a wyrazy trzeci, piąty i trzynasty tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.

Zadanie 878 (5 pkt) (INF CKE 2007)

Liczby a , b , c tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 93. Te same liczby, w podanej kolejności są pierwszym, drugim i siódmym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz a , b i c .

Karta pracy nr 4 – klasa IV

Zadanie 879 (4 pkt)

Oblicz sumę wszystkich liczb dwucyfrowych które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 1.

Zadanie 880 (5 pkt) (CKE V/2007)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , gdzie $n \geq 1$. Wiadomo, że dla każdego $n \geq 1$ suma n początkowych wyrazów $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ wyraża się wzorem: $S_n = -n^2 + 13n$.

- Wyznacz zwór na n -ty wyraz ciągu (a_n) .
- Oblicz a_{2007} .
- Wyznacz liczbę n , dla której $a_n = 0$.

Zadanie 881 (4 pkt) (CKE V/2007)

Dany jest rosnący ciąg geometryczny (a_n) dla $n \geq 1$, w którym $a_1 = x$, $a_2 = 14$, $a_3 = y$. Oblicz x oraz y jeżeli wiadomo, że $x + y = 35$.

Zadanie 882 (4 pkt) (CKE V/2006)

Dany jest rosnący ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_1 = 12$, $a_3 = 27$.

- Wyznacz iloraz tego ciągu.
- Zapisz wzór, na podstawie którego można obliczyć wyraz a_n , dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
- Oblicz wyraz a_6 .

Zadanie 883 (4 pkt) (INF CKE 2007, zmodyfikowane)

Rozwiąż równanie $(2x+1) + (2x+4) + (2x+7) + \dots + (2x+28) = 155$, jeśli wiadomo, że składniki po lewej stronie są kolejnymi dziesięcioma wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego.

Zadanie 884 (6 pkt) (CKE V/2009)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) dla $n \geq 1$, w którym $a_7 = 1$, $a_{11} = 9$.

- Oblicz pierwszy wyraz a_1 i różnicę r ciągu (a_n) .
- Sprawdź czy ciąg (a_7, a_8, a_{11}) jest geometryczny.
- Wyznacz takie n , aby suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) miała wartość najmniejszą.

Zadanie 885 (4 pkt)

Dane są ciągi $a_n = n^2 - 4n + 5$ oraz $b_n = 1 - n$, dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej dodatniej k : $a_k \neq b_k$.

Zadanie 886 (5 pkt) (CKE V/2008)

Nieskończony ciąg liczbowy (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2 - \frac{1}{n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$

- Oblicz, ile wyrazów ciągu (a_n) jest mniejszych od 1,975.
- Dla pewnej liczby x trzywyrazowy ciąg (a_2, a_7, x) jest arytmetyczny. Oblicz x .

Zadanie 887 (4 pkt) (CKE V/2012)

Ciąg $(9, x, 19)$ jest arytmetyczny, a ciąg $(x, 42, y, z)$ jest geometryczny. Oblicz x, y, z .

Zadanie 888 (5 pkt)

Pan Dariusz chce wpłacić do banku na lokatę 10 000 zł na 3 lata. Lokata KAPITALNA jest oprocentowana 6% w skali roku z roczną kapitalizacją odsetek. Lokata PROCENTOWA jest oprocentowana 7% w skali roku i nie ma kapitalizacji odsetek. Sprawdź – wykonując odpowiednie obliczenia – która lokata jest korzystniejsza dla pana Dariusza. Oblicz ile pieniędzy zyskuje pan Dariusz wybierając wariant korzystniejszy w porównaniu z propozycją mniej opłacalną.