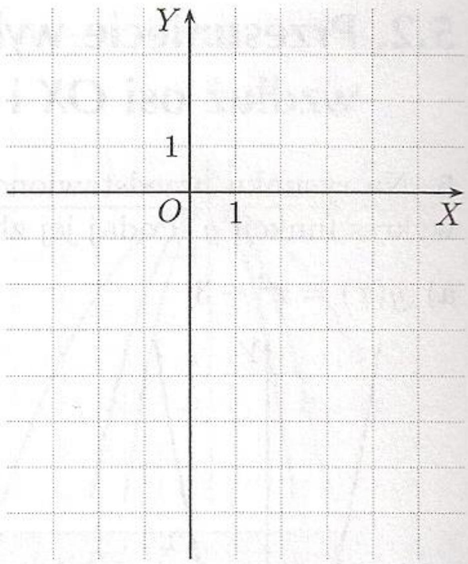
Temat: **Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ o wektor.**

Wsparciem do tego tematu są strony 197- 199 z podręcznika.

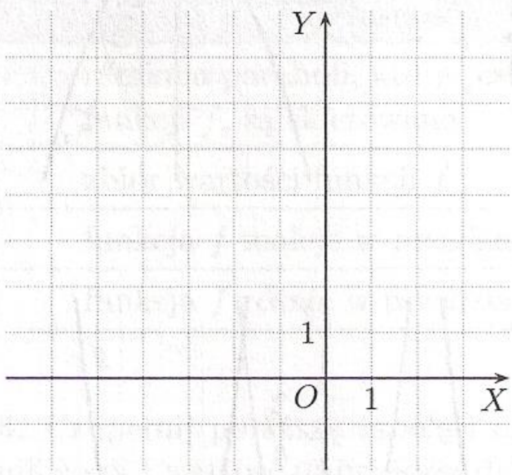
Wykres funkcji $f(x) = a(x-p)^2 + q$ otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji $y = ax^2$ o wektor $[p, q]$.

8. a) Uzupełnij tabelę i naszkicuj wykres funkcji $f(x) = -x^2$.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					



b) W tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji $g(x) = -(x-2)^2$ i funkcji $h(x) = -(x-2)^2 + 3$.



9. a) Uzupełnij tabelę i naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{1}{2}x^2$.

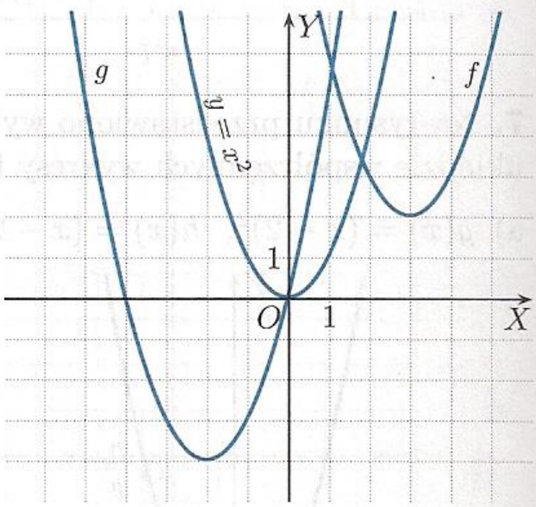
x	-4	-2	-1	0	1	2	4
$f(x)$							

b) W tym samym układzie współrzędnych naszkicuj wykresy funkcji $g(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2$ i $h(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 2$.

10. Wykresy funkcji f i g (rysunek poniżej) powstały przez przesunięcie wykresu funkcji $y = x^2$.

a) Uzupełnij tabelę.

	f	g
Zbiór wartości		
Miejsca zerowe		
Maleje w przedziale		
Rośnie w przedziale		



b) Podaj wzory funkcji f i g.

Wykresem funkcji $f(x) = a(x-p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, jest parabola o wierzchołku w punkcie (p, q). Jej osią symetrii jest prosta $x = p$.

Poniższe własności funkcji $f(x) = a(x-p)^2 + q$ zależą od współczynnika a.

$a > 0$	$a < 0$
• ramiona paraboli są skierowane do góry • dla $x = p$ funkcja osiąga wartość najmniejszą $y = q$ • funkcja maleje w przedziale $(-\infty; p\rangle$ • funkcja rośnie w przedziale $\langle p; \infty)$ • zbiorem wartości funkcji jest przedział $\langle q; \infty)$	• ramiona paraboli są skierowane w dół • dla $x = p$ funkcja osiąga wartość największą $y = q$ • funkcja rośnie w przedziale $(-\infty; p\rangle$ • funkcja maleje w przedziale $\langle p; \infty)$ • zbiorem wartości funkcji jest przedział $(-\infty; q\rangle$

Ćwiczenie 4

Podaj przedziały monotoniczności i zbiór wartości funkcji f oraz współrzędne wierzchołka paraboli będącej jej wykresem.

a) $f(x) = 6(x-3)^2 - 4$

b) $f(x) = 2(x+5)^2 + 7$

c) $f(x) = -3(x+4)^2 - \frac{1}{4}$

d) $f(x) = -\frac{2}{5}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 9$

d) Wypisujemy współczynniki:

$a = -\frac{2}{5}$ *- czyli ramiona paraboli są skierowane do dołu;*

$p = \frac{1}{2}$ *i* $q = 9$ *– wierzchołek w punkcie* $W\left(\frac{1}{2}; 9\right)$

$Y_f = (-\infty;\ 9\rangle$ – Zbiór wartości funkcji

dla $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right\rangle$ $f(x) \nearrow$ [co czytamy funkcja jest rosnąca]

dla $x \in \left\langle\frac{1}{2}; +\infty\right)$ $f(x) \searrow$ [co czytamy funkcja jest malejąca]

Karta pracy nr 9 – klasa I TR (po gimnazjum)

Temat: **<u>Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej.</u>** - 2 lekcje

Wsparciem do tego tematu są strony 202 - 205 z podręcznika.

W piątek 19 czerwca będzie kartkówka z 8 i 9 karty pracy – czyli z funkcji kwadratowej. Kody dostaniecie w piątek na e-maile.

Postać:
$$y = ax^2 + bx + c, \quad \text{gdzie } a \neq 0$$
nazywamy **postacią ogólną** funkcji kwadratowej.
Postać:
$$y = a(x-p)^2 + q, \quad \text{gdzie } a \neq 0$$
nazywamy **postacią kanoniczną** funkcji kwadratowej.

Uwaga. Funkcję kwadratową nazywamy też **trójmianem kwadratowym**.

Aby doprowadzić postać kanoniczną do postaci ogólnej należy wykonać działania: potęgowanie, mnożenie i redukcja wyrazów podobnych.

$y = 3(x-4)^2 - 7 =$ postać kanoniczna

$= 3(x^2 - 8x + 16) - 7 =$ korzystamy ze wzoru $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$y = 3x^2 - 24x + 48 - 7$

$= 3x^2 - 24x + 41$ postać ogólna

Współczynniki postaci ogólnej $a = 3$; $b = -24$; $c = 41$

$y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 1 =$ postać kanoniczna

$= -4\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) + 1 =$ korzystamy ze wzoru $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$y = -4x^2 - 4x - 1 + 1$

$= -4x^2 - 4x$ postać ogólna

Współczynniki postaci ogólnej $a = -4$; $b = -4$; $c = 0$

12. Przedstaw funkcję kwadratową w postaci ogólnej.

a) $y = 3(x-3)^2 + 5 =$

b) $y = -8\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 =$

c) $y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{32} =$

d) $y = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 3 =$

e) $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 16 =$

Parabola będąca wykresem funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma wierzchołek o współrzędnych:

$$x_w = -\frac{b}{2a}, \; y_w = -\frac{\Delta}{4a}, \quad \text{gdzie } \Delta = b^2 - 4ac$$

Wyrażenie Δ nazywamy **wyróżnikiem** trójmianu kwadratowego.

Postać kanoniczna funkcji f to: $f(x) = a(x - x_w)^2 + y_w$.

14. Oblicz wyróżnik trójmianu kwadratowego.

Przy mnożeniu tych 3 czynników mama dwa - , które dają nam +

a) $y = -2x^2 + 5x + 7$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 7 = 25 + 56 = 81$

$a = -2; \; b = 5; \; c = 7$

b) $y = 2x^2 + 3x + 2$

$a =$ $\quad b =$ $\quad c =$

c) $y = -2x^2 + 3x - 1$

$a =$ $\quad b =$ $\quad c =$

d) $y = 4x^2 - 12x + 9$

$a =$ $\quad b =$ $\quad c =$

e) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 3$

$a =$ $\quad b =$ $\quad c =$

15. Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli.

a) $y = x^2 - 2x + 5$

$\Delta =$

$x_w =$

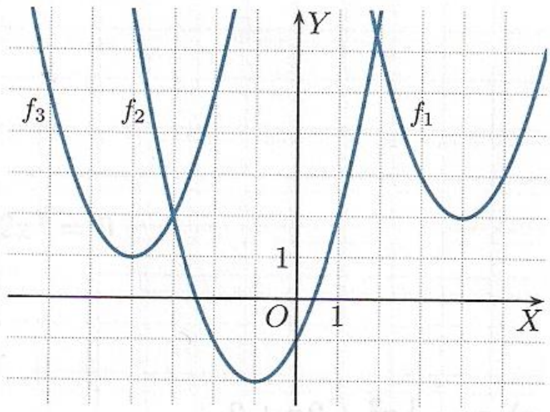
$y_w =$

c) $y = -x^2 + x - 1$

b) $y = x^2 + 6x + 3$

d) $y = 2x^2 + 6x - 1$

17. Funkcje, których wykresy przedstawiono na rysunku, można zapisać w postaci kanonicznej $y = (x-p)^2 + q$ dla pewnych p i q. Odczytaj współrzędne wierzchołków parabol i zapisz wzory funkcji.

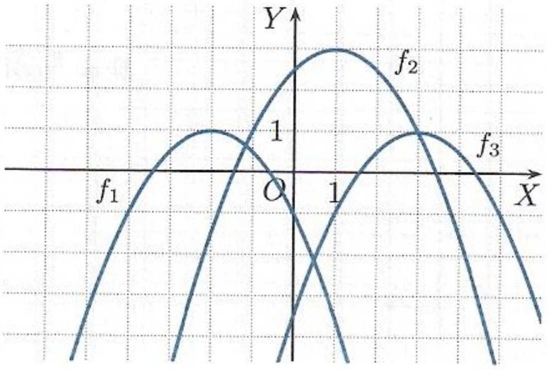


$W_1(\_\_\_\_, \_\_\_\_)$, $f_1(x) =$ ____________

$W_2(\_\_\_\_, \_\_\_\_)$, $f_2(x) =$ ____________

$W_3(\_\_\_\_, \_\_\_\_)$, $f_3(x) =$ ____________

18. Wykresy funkcji: f_1, f_2, f_3 przedstawione na rysunku można otrzymać przez przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$. Zapisz wzory funkcji w postaci kanonicznej.



$f_1(x) =$ ____________

$f_2(x) =$ ____________

$f_3(x) =$ ____________

19. Przeanalizuj poniższy przykład, a następnie, korzystając z tego, że $y_w = f(x_w)$, wyznacz współrzędne wierzchołka paraboli.

Przykład

$f(x) = x^2 + 4x + 7$

$x_w = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$

$y_w = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 7 = 3$

$W(-2, 3)$

$f(x) = 3x^2 - 6x + 1$

____

____

____

16. Zapisz wzór funkcji w postaci kanonicznej. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli i naszkicuj wykres tej funkcji.

a) $f(x) = x^2 - 2x + 3 =$ ____________

____

____

b) $g(x) = x^2 - 4x =$ ____________

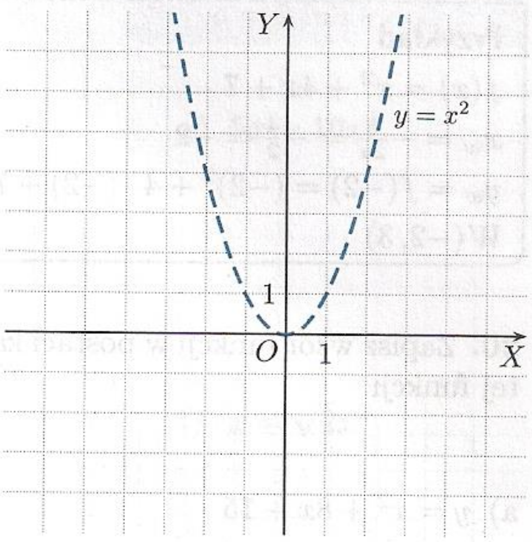
____

____

c) $h(x) = x^2 + 6x + 8 =$ ____________

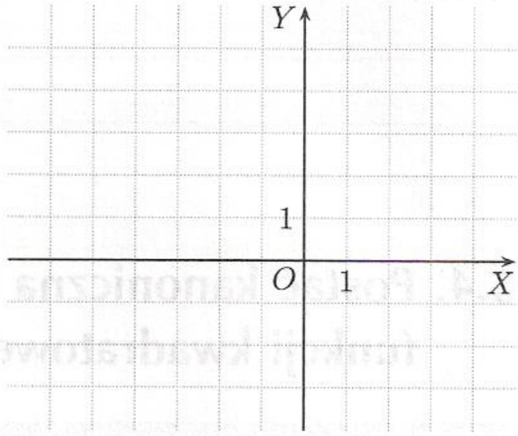
____

____

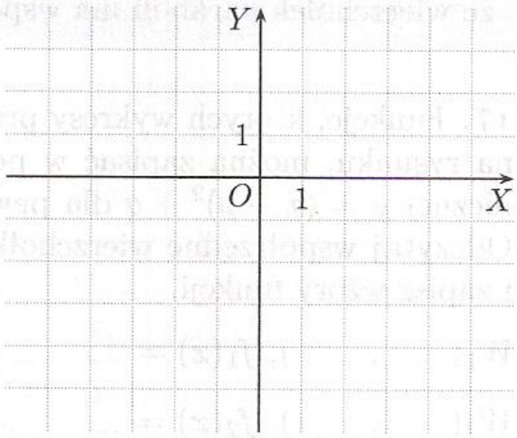


20. Zapisz wzór funkcji w postaci kanonicznej. Naszkicuj parabolę będącą wykresem tej funkcji.

a) $y = x^2 + 8x + 15$



b) $y = -x^2 + 4x - 6$



c) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$