

Temat: Interpretacja geometryczna układu równań liniowych – 2 lekcje

W ramach wsparcia metodycznego polecam podręcznik str. 132-135 (pierwsze dwie lekcje); str. 140-143 (trzecia lekcja)

oraz film <https://www.youtube.com/watch?v=qZF5uHMyCYs> lub <https://www.youtube.com/watch?v=yyGY84k6zvI>

Graficzne rozwiązanie układu równań polega na:

- wyznaczeniu z każdego z równań y (czyli doprowadzeniu równania do postaci kierunkowej funkcji liniowej $y = ax + b$; lub postaci $x = c$),
- narysowaniu wykresów obu funkcji w jednym układzie współrzędnych,
- odczytaniu jego rozwiązania.

Przykład:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

$$y = -2x + 4$$

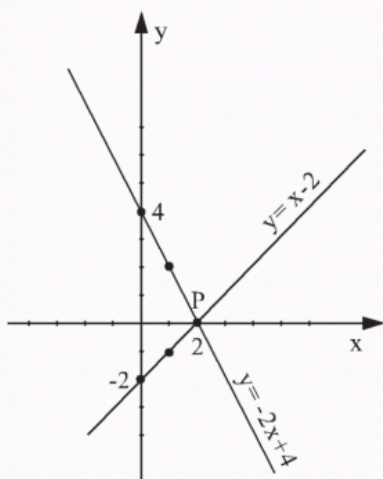
$$a = -2, \quad b = 4$$

$$(0, 4) \quad (1, 2)$$

$$y = x - 2$$

$$a = 1, \quad b = -2$$

$$(0, -2) \quad (1, -1)$$



$$P = (2, 0)$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Każde z równań przekształcam do postaci funkcji liniowej $y = \dots$

W jednym układzie współrzędnych rysuję wykresy tych funkcji.

W tym celu wyznaczam po 2 punkty należące do każdej z tych prostych. Punkty te wygodnie jest przyjąć $(0, b)$ $(1, a + b)$.

Punkty należące do wykresu funkcji $y = -2x + 4$.

Punkty należące do wykresu funkcji $y = x - 2$.

Rysuję wykresy obu funkcji i zaznaczam punkt przecięcia tych wykresów.

Graficzną ilustracją powyższego układu równań są dwie proste przecinające się w punkcie $(2, 0)$.

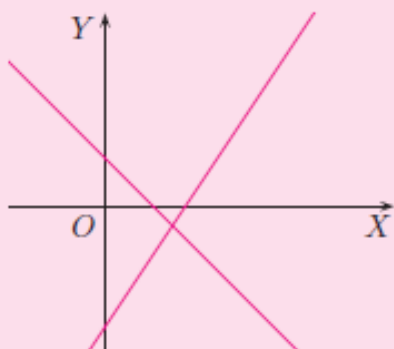
Odczytuję z wykresu współrzędne punktu P:
 $x = 2, y = 0$.

Odp.: Układ równań oznaczony, rozwiązaniem jest para liczb $(2, 0)$.

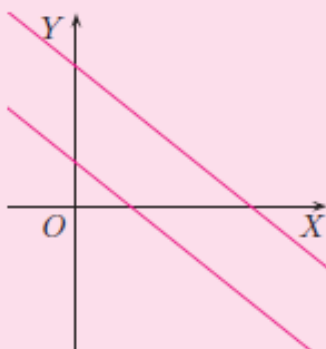
Metoda graficzna rozwiązania układu równań nie zawsze jest skuteczna. Czasem trudno jest z wykresu odczytać rozwiązanie układu (np. proste przecinają się w punkcie o współrzędnych ułamkowych). Może się zdarzyć również, że punkt przecięcia nie mieści się na rysunku. Dlatego najczęściej rozwiązujemy układ równań algebraicznie i graficznie.

3.10. Interpretacja geometryczna układu równań liniowych

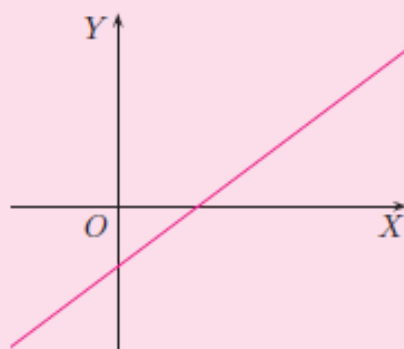
Każde z równań układu równań liniowych opisuje prostą. Położenie dwóch prostych na płaszczyźnie może być następujące:



Proste przecinają się w jednym punkcie – układ ma dokładnie jedno rozwiązanie, czyli jest **oznaczony**.



Proste są równoległe i różne – układ nie ma rozwiązań, czyli jest **sprzeczny**.



Proste pokrywają się – układ ma nieskończenie wiele rozwiązań, czyli jest **nieoznaczony**.

50. Rozwiąż graficznie układ równań.

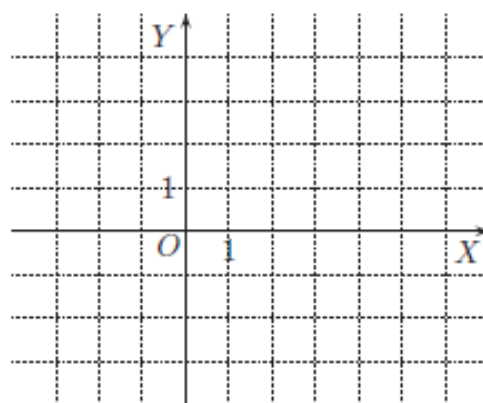
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$$

Przekształć równania do postaci kierunkowej.
Uzupełnij tabelę i naszkicuj proste.

$$\begin{cases} y = \underline{\hspace{2cm}} \\ y = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

x		
y		

x		
y		

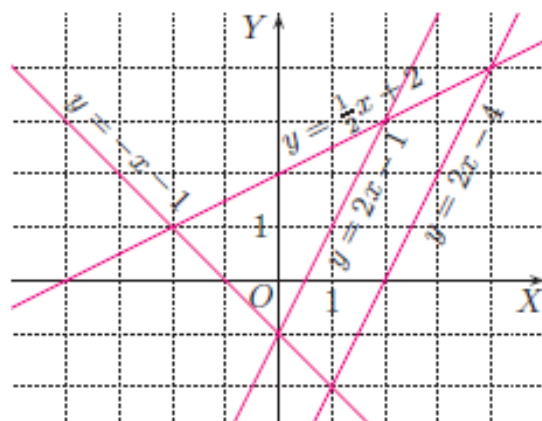


Odczytaj współrzędne punktu przecięcia prostych.

$$\begin{cases} x = \underline{\hspace{2cm}} \\ y = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

52. Odczytaj z rysunku rozwiązanie danego układu równań. Podstaw współrzędne otrzymanego punktu do układu i sprawdź, czy jest to jego rozwiązanie.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$



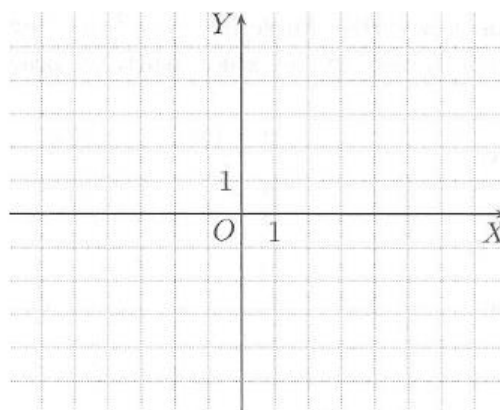
54. Rozwiąż graficznie układ równań.

a)
$$\begin{cases} -3x + y = -5 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\rule{1.5cm}{0.4pt}$

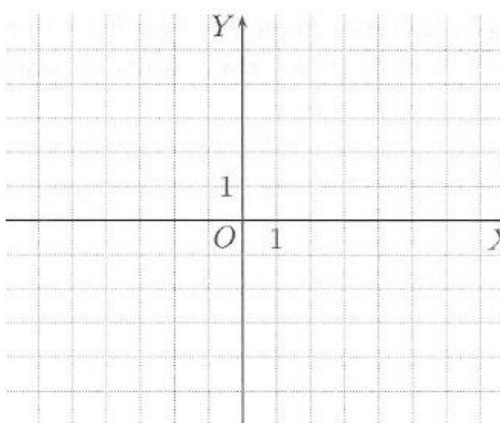


b)
$$\begin{cases} 3x + y = -4 \\ x - 2y = -6 \end{cases}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\rule{1.5cm}{0.4pt}$

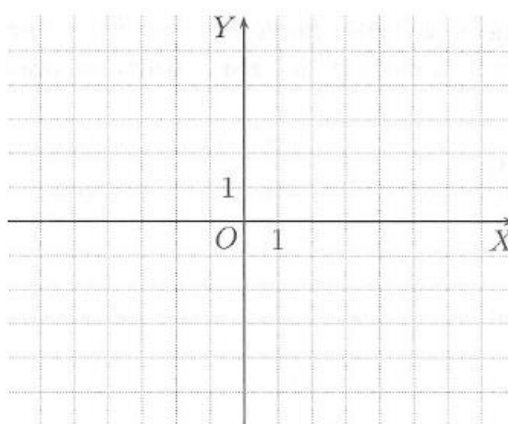


c)
$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\rule{1.5cm}{0.4pt}$

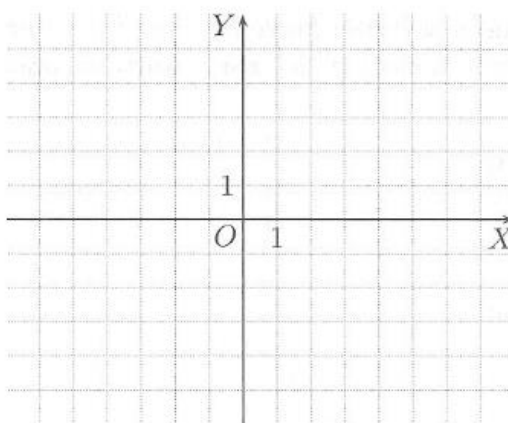


$$\begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \rule{1.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} \end{array} \right.$

$\rule{1.5cm}{0.4pt}$



Temat: **Zastosowanie funkcji liniowej.**

58. Przeczytaj informacje dotyczące warunków wypożyczenia rowerów w wypożyczalniach „Wagabunda” i „Szprycha”.

WYPOŻYCZALNIA „WAGABUNDA”

- Rower górski
10 zł + 2 zł za każdą godzinę
- Rower dziecięcy
6 zł + 2 zł za każdą godzinę

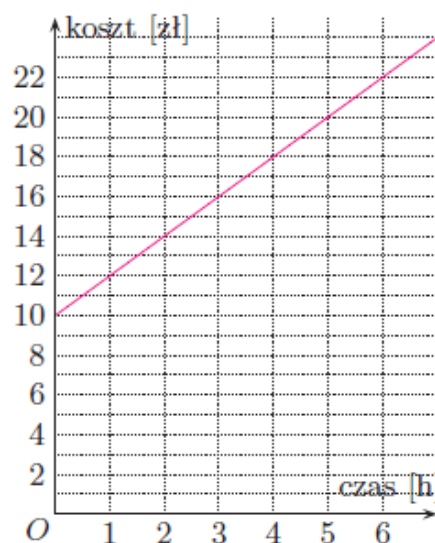
WYPOŻYCZALNIA „SZPRYCHA”

- Rower górski
6 zł + 3 zł za każdą godzinę
- Rower dziecięcy
2 zł + 3 zł za każdą godzinę

Na wykresie obok przedstawiono koszt wypożyczenia roweru górskiego w wypożyczalni „Wagabunda” w zależności od czasu.

a) Naszkicuj w tym samym układzie współrzędnych analogiczny wykres dla wypożyczalni „Szprycha”.

b) Odczytaj z otrzymanych wykresów, przy jakiej liczbie godzin korzystniejsze jest wypożyczenie roweru z wypożyczalni „Wagabunda”, a przy jakiej z wypożyczalni „Szprycha”.



Ćwiczenie 1

Dwie ciężarówki przewożące piasek wykonały łącznie 13 kursów. Jedna z nich przewoziła za każdym razem 15 ton, a druga – 8 ton piasku. Ile kursów wykonała każda z ciężarówek, jeśli łącznie przewiozły one 132 tony piasku? Ułóż i rozwiąż odpowiedni układ równań.

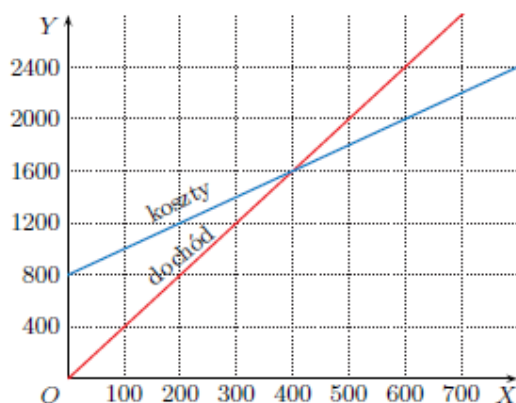
Pamiętaj:

- przenosząc wyrazy równania zmieniamy znaki na przeciwne;
- minus przed nawiasem zmienia znaki wyrazów na przeciwne;

1. Firma produkująca pokarm dla kotów ponosi koszty dzienne opisane za pomocą wzoru $y = 2x + 800$, gdzie 800 zł to stały koszt dzienny, x – liczba puszek pokarmu wyprodukowanych dziennie, a 2 zł – koszt wyprodukowania jednej puszki. Dochody firmy opisuje wzór $y = 4x$, gdzie x jest liczbą sprzedanych dziennie puszek pokarmu, a 4 zł to cena jednej puszki.

$$\text{zysk} = \text{dochód} - \text{koszt}$$

$$\text{a) } 2x + 800 = 4x$$



Przyjmując, że liczba wyprodukowanych i sprzedanych danego dnia puszek jest taka sama, podaj wielkość dziennej produkcji, dzięki której firma:

- osiąga zerowy wynik ekonomiczny (dochód jest równy kosztom),
- uzyskałaby dzienny zysk w wysokości 400 zł,
- uzyskałaby dzienny zysk w wysokości 1400 zł.