

Temat: Potęga o wykładniku całkowitym.

podstawa potęgi

 a^n 

wykładnik potęgi

- Potęga a^n o wykładniku naturalnym ($n > 1$) nazywamy iloczyn n czynników, z których każdy jest równy a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ czynników}}$$

- Przyjmujemy, że $a^0 = 1$ dla $a \neq 0$, oraz $a^1 = a$.
- Dla każdej liczby naturalnej n i dla dowolnej liczby $a \neq 0$ przyjmujemy $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

43. Uzupełnij tabelę, wpisując kolejne potęgi:

a) liczby 2,

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
1	2	4	8					256		

b) liczby 3,

3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6
1	3	9				

c) liczby 5.

5^0	5^1	5^2	5^3	5^4	5^5
1	5				

44. Oblicz.

a) $0,2^5 =$

b) $(-0,2)^6 =$

c) $(-0,4)^3 =$

45. Oblicz.

a) $(\sqrt{5})^3 =$

b) $(-\sqrt{7})^4 =$

c) $(-\sqrt{2})^7 =$

46. Oblicz.

a) $5^2 - (-4)^3 + (-6)^3 + (-1)^9 =$

b) $(-2)^5 - (-6)^2 + (-1)^{14} + (-12)^0 =$

c) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(-\frac{2}{5}\right)^3 + \left(\frac{7}{8}\right)^0 =$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 - \left(-\frac{5}{3}\right)^0 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$

Karta pracy nr 5 – klasa II TR/TL

$$5^{-5} = \left(\frac{1}{5}\right)^5 = \frac{1}{3125}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$$

49. Oblicz.

a) $2^{-3} =$

d) $0,25^{-1} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$

b) $6^{-2} =$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(1\frac{1}{3}\right)^{-1} =$

c) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} =$

f) $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4} =$

50. Oblicz.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} =$

b) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\right]^{-1} =$

c) $\frac{4^2 \cdot 4^{-1} - 7^0}{1 + 2^{-3}} =$

52. Przedstaw w postaci potęgi.

a) $7^6 \cdot 7^3 \cdot 7^{11} = 7^{20}$

e) $8^8 : (4^4 \cdot 2^2) =$

b) $(3^{14} \cdot 3^7) : 3^{10} =$

f) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-7} \cdot 5^2 =$

c) $\frac{3^8 \cdot 3^{11} \cdot 3^0}{3^9 \cdot 3^4} =$

g) $\frac{2^{-7} \cdot 2^{-11}}{2^3 \cdot 2^{-9}} =$

d) $(5^2)^3 \cdot (3^3)^2 =$

h) $(3^{-2})^4 : \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} =$

Dla $m, n \in \mathbb{C}$ i $a, b \neq 0$:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

3. $(a^n)^m = a^{m \cdot n}$

4. $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

5. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

54. Oblicz.

a) $(3^7 \cdot 3^{-9}) : 3^{-6} =$

b) $(2^3 - 2^2 \cdot 2^0) \cdot 0,25^{-4} =$

c) $\left((\sqrt{5})^4 - 5^3\right) : 0,01^{-2} =$

d) $4^{-10} \cdot (8^3 - 2^9) =$

Temat: Potęga o wykładniku wymiernym.

Definicja: Potęga o wykładniku $\frac{1}{n}$

Dla dowolnej liczby nieujemnej a i liczby naturalnej n większej od 1 przyjmujemy

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}.$$

Przykład 1

Oblicz.

a) $49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$ b) $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$ c) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

Ćwiczenie 1

Oblicz.

a) $81^{\frac{1}{2}}$ b) $100^{\frac{1}{2}}$ c) $\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{2}}$ d) $\left(\frac{1}{121}\right)^{\frac{1}{2}}$ e) $169^{\frac{1}{2}}$ f) $441^{\frac{1}{2}}$

Ćwiczenie 2

Oblicz.

a) $8^{\frac{1}{3}}$ b) $27^{\frac{1}{3}}$ c) $81^{\frac{1}{4}}$ d) $64^{\frac{1}{6}}$ e) $256^{\frac{1}{4}}$ f) $1024^{\frac{1}{10}}$

Dla dowolnej liczby $a > 0$, liczby naturalnej $n > 1$ i liczby całkowitej m przyjmujemy:

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m \quad \text{lub} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

6. Połącz liczby równe.

a) $a = \sqrt{2}$	$s = 16^{\frac{1}{4}}$	b) $e = 9^{\frac{1}{4}}$	$w = \sqrt{9}$
$b = 2\sqrt{2}$	$t = 2^{\frac{1}{2}}$	$f = 27^{\frac{1}{3}}$	$x = 3^{\frac{1}{2}}$
$c = 16^{\frac{1}{2}}$	$u = 64^{\frac{1}{3}}$	$g = 81^{\frac{1}{2}}$	$y = \sqrt{27}$
$d = 4^{\frac{1}{2}}$	$v = 8^{\frac{1}{2}}$	$h = 3\sqrt{3}$	$z = 729^{\frac{1}{3}}$

7. Zapisz liczbę w postaci a^x , gdzie a jest liczbą naturalną.

a) $2\sqrt{2} = 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{1+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$ e) $8\sqrt{2} =$ _____

b) $5\sqrt{5} =$ _____ f) $25\sqrt[3]{5} =$ _____

c) $5\sqrt[3]{5} =$ _____ g) $2\sqrt{8} =$ _____

d) $7\sqrt[4]{7} =$ _____ h) $9\sqrt{27} =$ _____

Karta pracy nr 5 – klasa II TR/TL

8. Zapisz liczbę w postaci 2^x oraz w postaci 4^x .

a) $8 = 2^3$ c) $\sqrt[3]{2} =$

$8 = 2^3 = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 4^{\frac{3}{2}}$ $\sqrt[3]{2} =$

b) $32 =$ d) $2\sqrt{2} =$

$32 =$ $2\sqrt{2} =$

9. Wstaw w miejsce ☐ odpowiedni znak: = lub $\neq$.

a) $2^{\frac{3}{2}}$ ☐ $\sqrt{8}$

d) $9^{\frac{3}{2}}$ ☐ $27^{\frac{2}{3}}$

g) $25^{\frac{3}{2}}$ ☐ $\sqrt{5^6}$

b) $4^{\frac{3}{2}}$ ☐ $16^{\frac{3}{4}}$

e) $9^{\frac{2}{3}}$ ☐ $3\sqrt[3]{3}$

h) $125^{\frac{1}{3}}$ ☐ $5^{\frac{2}{3}}$

c) $8^{\frac{2}{3}}$ ☐ $32^{\frac{1}{6}}$

f) $81^{\frac{2}{3}}$ ☐ $(\sqrt{3})^6$

i) $625^{\frac{3}{4}}$ ☐ $(5\sqrt{5})^2$

10. Oblicz.

a) $7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{6}}$

d) $\left(16^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(16^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$

g) $6^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}}$

b) $\left(9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{4}}\right) : 9^{\frac{1}{12}}$

e) $\left(4^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{3}} : \left(4^{-\frac{5}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$

h) $\left(15^{\frac{3}{2}} : \sqrt{5}\right) \cdot \sqrt{3}$

c) $5^{-\frac{1}{2}} : \left(5^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{1\frac{1}{4}}\right)$

f) $\left(6^{\frac{1}{2}}\right)^{-3} \cdot \left(6^{\frac{1}{3}}\right)^{-2} \cdot 6^{\frac{1}{6}}$

i) $\left(20^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{1\frac{1}{4}}\right) : 2^{-\frac{1}{2}}$